IFAF
SCUOLA DI FINANZA

Spediz. in abb. postale 45%
Art. 2 comma 20/B - Legge 662/96
Filiale P.T. di Varese
Reg. Trib. di MILANO n. 3 del 14/01/1995
Periodico trimestrale
€ 23,25

BUDGET

ANALISI, PROGRAMMAZIONE E CONTROLLO DI GESTIONE

46

Lino Cinquini, Falconer Mitchell e Andrea Tenucci
LA VALUTAZIONE DEI "FATTORI DI SUCCESSO" DEI SISTEMI DI CONTABILITÀ DIREZIONALE: I RISULTATI DI UNA RICERCA SULL'ACTIVITY-BASED COSTING

Michela Pellicelli
DALL'IMPRESA PADRONALE AL VALUE BASED MANAGEMENT. QUATTRO MODELLI INTERPRETATIVI DI UN'INEVITABILE EVOLUZIONE

Vito Madaio
IL RUOLO DEI PROJECT MANAGER E LA METODOLOGIA TENSTEP®

Piero Mella
POLITICA DI MAGAZZINO E CONTROLLO DELLE SCORTE. MODELLI DI OTTIMIZZAZIONE DELLE SCORTE PER IL BUDGETING

BUDGET
ANALISI, PROGRAMMAZIONE E CONTROLLO DI GESTIONE

n. 46 – 2° trimestre 2006

Come abbonarsi:
l'abbonamento decorre dal mese di gennaio di ciascun anno. L'abbonamento oltre al mese di gennaio comporta l'invio degli arretrati.
Abbonamento 2006
(4 fascicoli)
Italia: € 105,00
Estero: € 124,00
Numeri arretrati: € 36,00 cad.
Le richieste vanno indirizzate ad:
IFAF srl
L.go I. Schuster, 1
20122 Milano
tel.: 02/72002170
tel.: 02/72001199
tel.: 02/72002291
fax: 02/72002186
e-mail: info@ifaf.it
allegando assegno bancario o circolare non trasferibile intestato a: IFAF srl, oppure ricevuta di versamento su: c/c n. 16954208 intestato a IFAF srl.
L'abbonamento non disdetto con semplice lettera entro il 31 dicembre 2006 si intende rinnovato per il successivo anno.

Direttore
Antonio Sofia

Segreteria di redazione
Angela Ceo

Impaginazione
Angela Ceo

Progetto grafico
Alberto Mazzenzana
SINTESI

Stampa
Grafica Olona snc
via A. De Gasperi 91
21057 Olgiate Olona (VA)

Editore
IFAF srl
L.go I. Schuster 1
20122 Milano
Tel. 02/72002170
Tel. 02/72001199
Tel. 02/72002291
Fax 02/72002186
E-mail: info@ifaf.it
www.ifaf.it

Spedizione in abbonamento postale 45%
Art. 2 Comma 20/B - Legge 662/96
Autorizzazione filiale P.T. di Varese
Reg. Tribunale di Milano n. 3 del 14/01/1995
Periodico trimestrale

Questo periodico è associato alla Unione Stampa Periodica Italiana

65

Piero Mella

POLITICA DI MAGAZZINO E CONTROLLO DELLE SCORTE. MODELLI DI OTTIMIZZAZIONE DELLE SCORTE PER IL BUDGETING

1. Il controllo del magazzino. 2. Le scorte quali fattore fondamentale della gestione produttiva e commerciale e quali sintomi di inefficienza. 3. Relazioni tra la politica delle scorte e la politica degli impianti. 4. Il controllo del magazzino. Il metodo ABC. 5. La funzione del controllo delle scorte. 6. I costi e i rischi specifici connessi con la formazione ed il mantenimento delle scorte. Costi di conservazione o stoccaggio (CS). 7. Costi di approvvigionamento (CA) e per rischi di stoccaggio. 8. Il tasso di rotazione del magazzino (trm) e la durata media (pcm). 9. Calcolo del "trm" e del "pcm" con quantità fisiche. Un esempio. 10. Calcolo del "trm" con dati a valore. 11. Determinazione del lotto economico di approvvigionamento. Le ipotesi della formula di Wilson. 12. Determinazione analitica del lotto economico (EOQ). 13. Il "punto di riordino" e la "scorta di sicurezza". 14. Controllo delle scorte di una materia. Un esempio numerico. 15. Calcolo del lotto di approvvigionamento nell'ipotesi che il prezzo vari proporzionalmente. 16. Calcolo dell'EOQ nell'ipotesi di acquisto con prezzo variabile "a salti". 17. Calcolo del lotto ottimale di produzione. 18. Il lotto economico per produzioni discontinue. Il metodo "LB-LA". 19. Il metodo "LB-LA": un esempio numerico.

Politica di magazzino e controllo delle scorte. Modelli di ottimizzazione delle scorte per il budgeting

di Piero Mella

1. Il controllo del magazzino

Il controllo economico del magazzino rappresenta il risultato di un particolare calcolo economico-tecnico (Mella, 1992) che si pone l'obiettivo di determinare:

a) le quantità ottimali da detenere in magazzino,
b) le quantità di rifornimento,
c) i tempi di ordinazione,

che minimizzino il costo di stoccaggio e/o l'ammontare del capitale investito in scorte.
Il controllo sub a) viene definito, sinteticamente, controllo delle scorte.
È quindi una tra le più utili forme di controllo di gestione, sia nelle imprese mercantili, sia in quelle industriali, in quanto l'ottimizzazione del magazzino consente di ridurre il capitale investito nelle scorte e, di conseguenza, di innalzare il ROI a parità di risultato operativo e di ridurre il costo del capitale se il magazzino è finanziato con capitale di prestito.
Il controllo del magazzino, rientrando tra le forme tipiche del controllo manageriale orientato ad ottimizzare i processi della gestione tipica, è indispensabile anche per la formazione del budget delle produzioni e degli acquisti, in quanto le quantità da produrre e da acquistare in un dato periodo dipendono dalle quantità programmate in scorta al termine del periodo di riferimento del budget. Per il controllo del magazzino sono stati elaborati numerosi modelli; alcuni, semplici, ipotizzano la conoscenza dei volumi di domanda dei beni stoccati; altri, più sofisticati, presuppongono la conoscenza tale domanda solo in termini di distribuzione di probabilità.
In questo studio considererò i modelli di controllo cosiddetti "tradizionali", rinviando ad un successivo articolo la presentazione di altri modelli più sofisticati.

2. Le scorte quali fattore fondamentale della gestione produttiva e commerciale e quali sintomi di inefficienza

Le scorte, da un punto di vista materiale, rappresentano stock di materie, di semilavorati e componenti o di prodotti finiti – oppure di merci e di imballaggi, nelle imprese mercantili – conservati nel magazzino per un dato periodo. Da un punto di vista economico esse rappresentano investimenti monetari aventi una rotazione più o meno elevata, a seconda del tipo di bene in scorta.
Le scorte funzionali non sono semplici giacenze (scorte residuali) né il frutto del

tentativo di speculare sui prezzi (scorte speculative), bensì il risultato di un processo di stoccaggio, governato da un preciso calcolo economico, che tenta di ridurre gli svantaggi connessi alle asincronie dei ritmi aziendali (utilizzo e produzione) rispetto a quelli dei mercati (acquisti e vendite) e i rischi di arresto dei processi (scorte minime).

Le scorte (sarà sottinteso, nel seguito, che ci si riferisce alle scorte funzionali), nelle imprese industriali, adempiono contemporaneamente ad una funzione congiungente e ad una disgiungente per garantire l'elasticità dei processi di approvvigionamento, di produzione e di vendita.

Le scorte adempiono ad una funzione congiungente – o di anticipazione – in quanto colmano i divari temporali esistenti tra il processo degli approvvigionamenti, quello della produzione e quello delle vendite. Di conseguenza, i fabbisogni della produzione e delle vendite possono essere soddisfatti indipendentemente dai ritmi di produzione e di acquisizione delle materie prime e dai ritmi del mercato di vendita.

Al tempo stesso, le scorte adempiono ad una funzione disgiungente – o di disaccoppiamento – in quanto, se di materie prime, rendono il processo produttivo in parte indipendente da quello degli approvvigionamenti e, se di prodotti, svincolano il processo di produzione da quello delle vendite.

Le due funzioni non possono essere considerate separatamente: le scorte adempiono ad una funzione disgiungente proprio in quanto ne assolvono una congiungente e consentono di eliminare le asincronie tra processi di acquisto, produzione e vendita.

L'obiettivo dell'indipendenza tra ritmi di produzione e ritmi di vendita è importante in quanto un ritmo di produzione relativamente uniforme si riflette sulla politica degli approvvigionamenti dell'impresa, la quale è in grado di programmare i propri acquisti con regolarità senza necessariamente subire i prezzi dei fornitori. La stabilità degli approvvigionamenti di un'impresa a valle influisce positivamente sulla stabilità delle produzioni dei fornitori a monte con una progressiva razionalizzazione che si estende a tutte le imprese che fanno parte della supply chain.

La stabilità dei processi produttivi favorisce il raggiungimento ed il mantenimento di migliori livelli di qualità delle produzioni; l'uniformità produttiva favorisce, tra l'altro, l'applicazione delle tecniche del controllo statistico della qualità, delle quali ho trattato in un precedente articolo (Mella, 2004).

Voglio infine ricordare che la politica dell'ottimizzazione del magazzino presuppone che le scorte siano considerate fisiologiche: non costituiscono una ridondanza, ma una necessità operativa proprio per la loro funzione disgiungente e congiungente; è, pertanto, necessario renderne ottimo il livello nel tempo.

Questa concezione è tipica delle imprese occidentali nate dalla prima rivoluzione industriale, rigidamente strutturate per ottenere ritmi produttivi uniformi, operanti in una economia non satura, non sufficientemente informatizzata, con un sistema logistico non avanzato.

Ad essa si affianca (e forse si contrappone) la visione delle imprese giapponesi – che si sono scontrate con i problemi industriali dell'economia satura – secondo la quale le scorte rappresentano la conseguenza della rigidità della produzione e possono – anzi, devono – essere evitate, impostando una politica di flexible manufacturing, tendente a produrre con scorte zero.

Secondo la politica delle scorte zero, le scorte nascono non solo per le asincronie tra processi ma anche perché nei processi stessi si manifesta un lead time; è indispensabile eliminarle o ridurle al minimo perché:

a) non aggiungono valore nel processo produttivo; il valore è generato solo da attività che producono un avanzamento nella lavorazione; i lead time allungano solamente il tempo di attraversamento, cioè la durata del processo produttivo, formando scorte che potrebbero essere evitate annullandoli;
b) nascondono i problemi di produzione o di vendita; la presenza di scorte nasconde strozzature o ridotto coordinamento tra reparti o centri operativi, riducendo la possibilità di percepire l'urgenza di interventi di razionalizzazione per eliminare i problemi;
c) ostacolano il miglioramento della efficienza produttiva e commerciale; l'efficienza produttiva può essere misurata con diversi indicatori, due dei quali sono tanto semplici quanto significativi:

$$\text{attraversamento} = \frac{\text{tempo attivo}}{\text{tempo di attraversamento}}$$

$$\text{efficienza produttiva} = \frac{\text{tempo morto}}{\text{tempo attivo}}$$

Il mancato controllo del processo produttivo, favorito dalla presenza di scorte, porta a ridurre l'attraversamento e ad aumentare l'inefficienza produttiva.

In un sistema ad alto contenuto informatico, in presenza di un sistema infrastrutturale logistico avanzato, sono state introdotte diverse tecniche per ridurre le scorte puntando all'obiettivo "scorte zero". Le cito soltanto, rinviando il loro eventuale esame ad un prossimo articolo: Material requirement planning (MRP1), Manufacturing resource planning (MRP2), Opti-mized production technology (OPT), Flexible manufacturing system (FMS), Holonic manufacturing system (HMS), Computer integrated manufacturing (CIM) e Just in time (JIT).

3. Relazioni tra la politica delle scorte e la politica degli impianti

Alla luce delle considerazioni svolte nel precedente paragrafo appare chiaro che il controllo delle scorte, quand'anche considerate fisiologiche, è comunque interrelato con la politica degli impianti.
Tali relazioni devono essere esaminate distinguendo due tipiche situazioni aziendali:

1) l'impresa produce beni la cui domanda presenta un andamento che, entro certi limiti, può essere considerato costante nel tempo;
2) l'impresa produce beni la cui domanda è soggetta a forti oscillazioni più o meno ricorrenti nel tempo.

Nella prima situazione (domanda costante) l'impresa può programmare la dimensione degli impianti (e quindi la capacità produttiva disponibile) sulla base del volume costante della domanda. In tale ipotesi le scorte funzionali di prodotti possono essere assai limitate e capaci di far fronte alle oscillazioni di modesta entità che possono manifestarsi nella domanda di breve periodo o ad interruzioni temporanee della produzione.

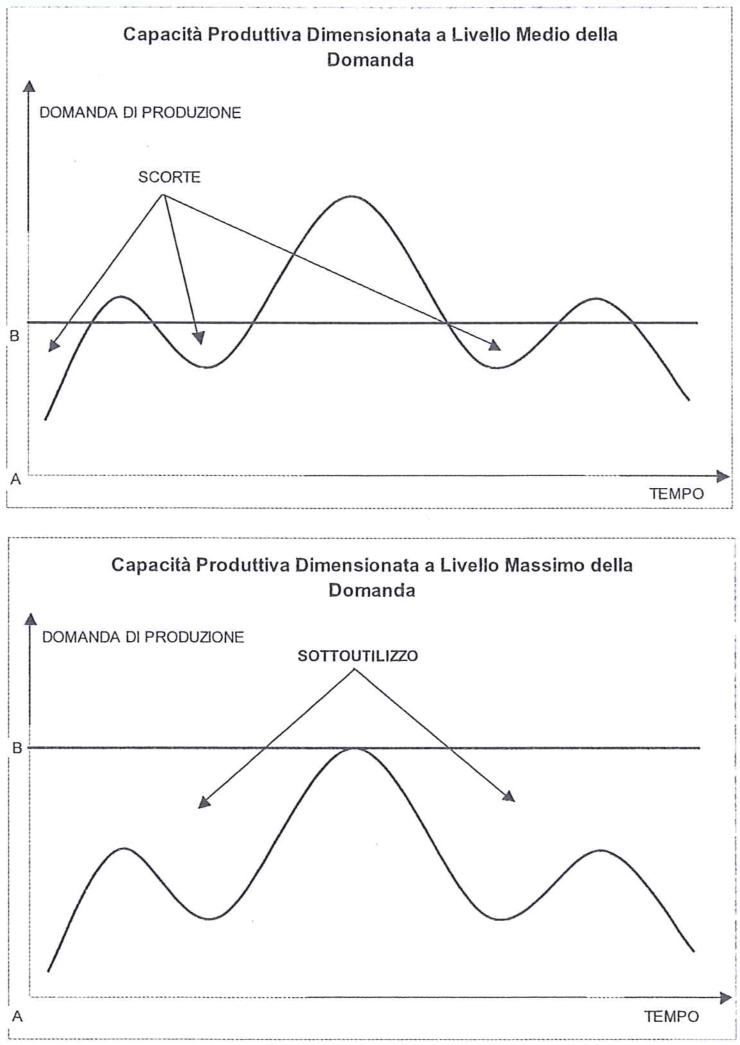
Non possiamo, tuttavia, ignorare che le imprese, di norma, pure in presenza di domanda costante, hanno la convenienza ad acquistare impianti con capacità produttiva superiore a quella sufficiente a fare fronte alla domanda, e ciò in previsione di una futura espansione delle vendite. La più efficace dimensione degli impianti risulta da un appropriato calcolo economico degli investimenti, che terrà conto non solo della situazione presente ma anche, e soprattutto, di quella prevista futura, per quanto concerne sia la domanda, sia il periodo di utilizzo ed i costi di gestione e di rinnovo.
Nella seconda situazione, cioè quella in cui la domanda presenta notevoli oscilla-

zioni stagionali, è necessario attuare una scelta tra diverse dimensioni degli impianti e delle scorte, dimensioni che devono essere decise congiuntamente nell'ambito di una comune politica di produzione e di stoccaggio.
Ci sono due soluzioni estreme tra le quali ricercare quella operativamente più conveniente:

a) gli impianti vengono dimensionati secondo la domanda media, con produzione costante e formazione di scorte nei periodi di basse vendite (Fig. 1(a)); la capacità produttiva degli impianti viene utilizzata al massimo livello e con regolarità; per contro, l'impresa si trova ad avere, a periodi alterni, disponibilità di scorte con il relativo costo di stoccaggio;

b) gli impianti vengono dimensionati secondo la domanda massima, con produzione variabile, senza formazione di scorte (Fig. 1(b)); gli impianti installati devono avere una capacità produttiva pari ai livelli massimi di domanda, quindi un costo di acquisto e di manutenzione più elevato; potranno, però, essere utilizzati secondo ritmi variabili e questo presenta l'aspetto positivo di assenza di scorte e di costi di stoccaggio.

Figura 1 – Politica della produzione e delle scorte in funzione della dinamica della domanda



È immediato rendersi conto che vi sono situazioni particolari nelle quali la politica degli impianti deve necessariamente essere subordinata alla dimensione della domanda; ciò accade, ad esempio:

a) nel caso delle imprese che ottengono

prodotti aventi conservabilità limitata nel tempo;

b) quando i prodotti, pur essendo conservabili fisicamente, non lo sono economicamente, in quanto la loro domanda è grandemente influenzata dalle variazioni della moda e dalle preferenze dei consumatori, ed elevato è il rischio di deprezzamento;

c) nel caso delle imprese i cui prodotti non possono essere stoccati in quanto servizi.

Simmetrico è il caso delle imprese che, trasformando materie prime con disponibilità stagionale (zuccherifici, imprese conserviere della frutta ecc.) devono dimensionare la capacità produttiva degli impianti ed i ritmi di utilizzo in funzione non tanto dalla domanda del prodotto finito quanto della disponibilità delle materie.

4. Il controllo del magazzino. Il metodo ABC

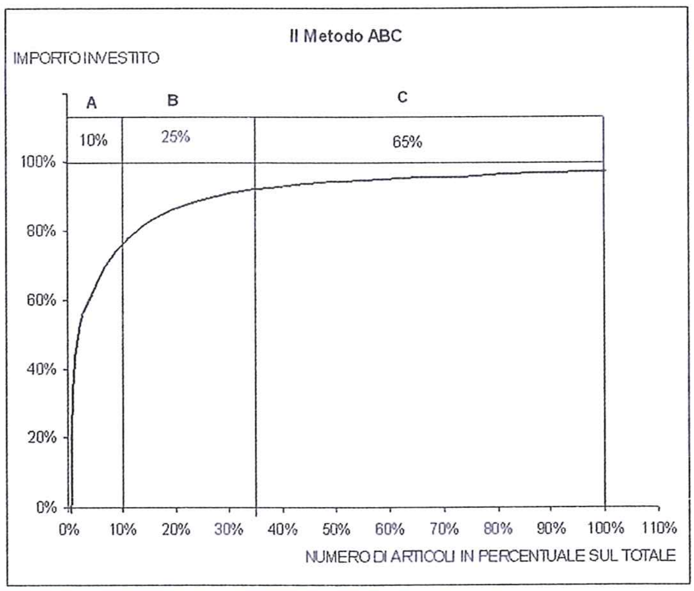
Come vedremo più ampiamente in seguito, tenere sotto controllo il magazzino significa ridurre al minimo il costo delle giacenze mantenendo un equilibrio tra gli investimenti richiesti ed i rischi per mancanza di scorte.

Il controllo del magazzino dovrebbe rivolgersi a tutti gli articoli stoccati, siano essi materie o prodotti da vendere. Nelle imprese che hanno molti articoli in magazzino, un controllo che si estendesse a tutti gli articoli diventerebbe problematico, in quanto il costo per attuarlo sarebbe eccessivo rispetto ai vantaggi in termini di risparmi di costi; solitamente, pertanto, il controllo riguarda solo gli articoli (o codici, o item) il cui valore rappresenta la parte più consistente dell'intero valore del magazzino.

Per individuare gli item su cui effettuare il controllo si può procedere con la semplice "tecnica ABC" (Fig. 2), che deriva direttamente dal principio di Lorentz-Pareto che evidenzia il grado di concentrazione del magazzino. Essa appare concettualmente semplice in quanto richiede che sia valorizzato il consumo annuo di ciascun articolo stoccato e che poi siano elencati tutti gli articoli in ordine di valore annuo decrescente.

Analizzando la composizione media del magazzino, in genere si rileva che un numero molto limitato di voci, circa il 10%, determina un'elevata percentuale del valore dell'intero magazzino, circa l'80%; il successivo 15% del valore dell'inventario è dovuto al 25% degli articoli stoccati, mentre il rimanente 5% è generato dal 65% degli articoli stoccati.

Figura 2 – Le fasce di valore con il "metodo ABC"



La suddivisione degli articoli stoccati nelle classi A, B e C può essere utilizzata per predisporre appositi codici in base ai quali nei programmi di calcolo si procede secondo metodi appositamente studiati per l'ottimizzazione delle voci di più rilevante valore.

La procedura di rilevazione della concentrazione del valore nel magazzino può essere compendiata nei passi seguenti.

Indichiamo con N il numero degli articoli (o codici) presenti in magazzino dei quali si vuole effettuare l'analisi e con C_i ($i = 1, 2, 3,..., N$) il valore di consumo dell'i-esimo articolo.

Il primo passo della procedura consiste nel disporre in ordine decrescente gli N articoli sulla base del valore assunto da C_i.

Per ragionare su un esempio immediatamente comprensibile, supponiamo che nel magazzino vi siano N = 13 codici, contrassegnati, per semplicità, dalle lettere progressive dell'alfabeto, e che per ciascuno sia presente un solo pezzo. Impiegando un foglio elettronico si costruisce facilmente una distribuzione analoga a quella indicata nella Tabella 1, nella quale si procede, innanzitutto, al calcolo del valore totale degli articoli presenti in magazzino che, nell'esempio, risulta di 3740.

Tabella 1 – Calcolo della concentrazione del magazzino con la "tecnica ABC"

COL. 1 CODICI i	COL. 2 N. PEZZI N(i)	COL. 3 % DI N(i) SU TOTALE	COL. 4 % CUMULATE	COL. 5 VALORE V(i)	COL. 6 VALORE %	COL. 7 % CUMULATA
a	1	7,69%	7,69%	1.200	32,09%	32,09%
b	1	7,69%	15,38%	1.000	26,74%	58,82%
c	1	7,69%	23,08%	500	13,37%	72,19%
d	1	7,69%	30,77%	200	5,35%	77,54%
e	1	7,69%	38,46%	200	5,35%	82,89%
f	1	7,69%	46,15%	150	4,01%	86,90%
g	1	7,69%	53,85%	130	3,48%	90,37%
h	1	7,69%	61,54%	120	3,21%	93,58%
i	1	7,69%	69,23%	100	2,67%	96,26%
l	1	7,69%	76,92%	50	1,34%	97,59%
m	1	7,69%	84,62%	40	1,07%	98,66%
n	1	7,69%	92,31%	30	0,80%	99,46%
o	1	7,69%	100,00%	20	0,53%	100,00%
Totali	**13**	100,00%		3.740	100,00%	

Successivamente si effettua il calcolo del rapporto percentuale tra il valore di ogni singolo articolo e il valore totale (Col. 3 della tabella).

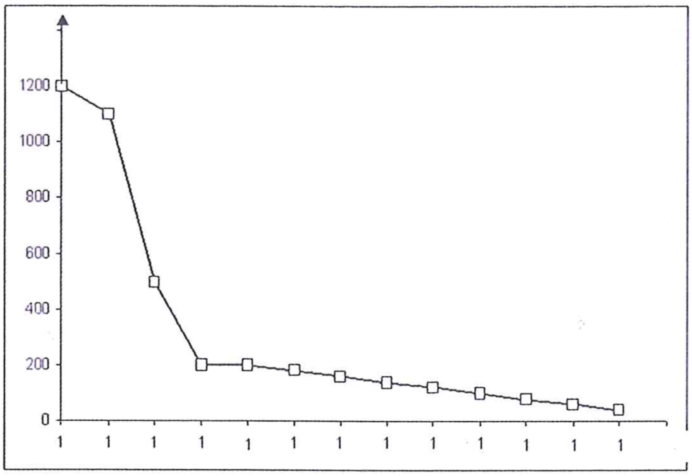
In Col. 4 si effettua il calcolo delle somme cumulate dei rapporti percentuali. In Col. 5 sono riportati i valori di ciascun codice; nella Col. 6 i valori percentuali e nella Col. 7 le percentuali cumulate di valore.

Ponendo sull'asse delle ascisse e delle ordinate rispettivamente i valori della Col. 4 e della Col. 7, si ottiene la curva di concentrazione rappresentabile come in Fig. 3, la quale risulterà tanto più lontana dalla bisettrice degli assi quanto più è concentrato il fenomeno che si studia.

Determinata la concentrazione si individuano tre intervalli, a seconda degli obiettivi del controllo e delle dimensioni del magazzino, sulla cui base è possibile

Figura 3 – Le curve di distribuzione e di concentrazione con riferimento alla Tabella 1

(a) distribuzione



(b) concentrazione

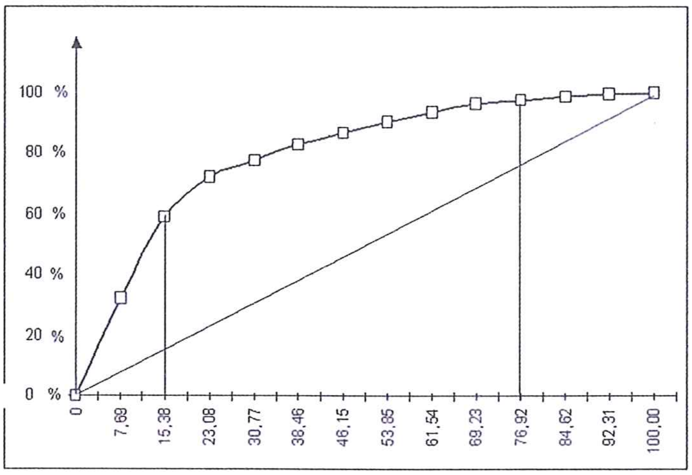
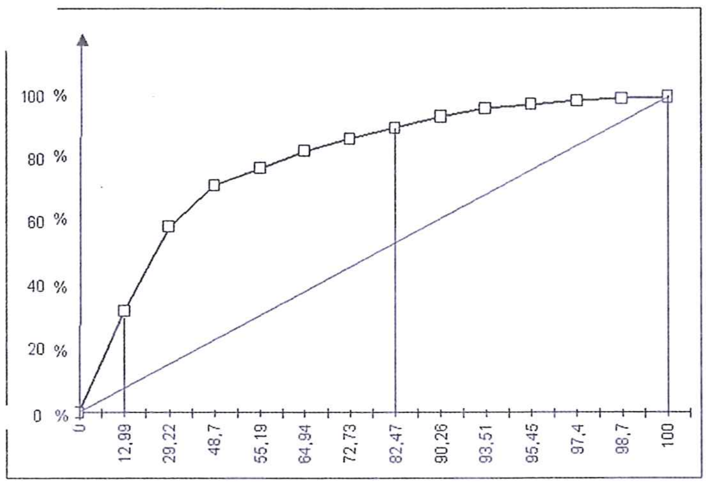


Tabella 2 – Calcolo della concentrazione del magazzino con la "tecnica ABC"

COL. 1 CODICI i	COL. 2 N. PEZZI N(i)	COL. 3 % DI N(i) SU TOTALE	COL. 4 % CUMULATE	COL. 5 VALORE V(i)	COL. 6 VALORE %	COL. 7 % CUMULATA
a	20	12,99%	12,99%	1.200	32,09%	32,09%
b	25	16,23%	29,22%	1.000	26,74%	58,82%
c	30	19,48%	48,70%	500	13,37%	72,19%
d	10	6,49%	55,19%	200	5,35%	77,54%
e	15	9,74%	64,94%	200	5,35%	82,89%
f	12	7,79%	72,73%	150	4,01%	86,90%
g	15	9,74%	82,47%	130	3,48%	90,37%
h	12	7,79%	90,26%	120	3,21%	93,58%
I	5	3,25%	93,51%	100	2,67%	96,26%
l	3	1,95%	95,45%	50	1,34%	97,59%
m	3	1,95%	97,40%	40	1,07%	98,66%
n	2	1,30%	98,70%	30	0,80%	99,47%
o	2	1,30%	100,00%	20	0,53%	100,00%
Totali	154	100,00%		3.740	100,00%	

stabilire quali codici debbano essere sottoposti a controllo individuale e quali, invece, ad un controllo più semplice.
In Fig. 3 la curva di concentrazione è "simile" a quella di distribuzione, in quanto si è supposta la presenza di un'unità per ogni articolo.
Se supponiamo che per ogni articolo siano consumati volumi diversi, come indicato nella Tabella 2, la curva di concentrazione di Fig. 4 appare più significativa.

Figura 4 – Curva di concentrazione con riferimento alla Tabella 2



Consideriamo, quale ulteriore ipotesi, un magazzino composto da 1.000 item il cui consumo annuo a valore sia complessivamente di 300 milioni di Euro.

Supponiamo, per ogni singolo articolo, di ordinare 3 lotti all'anno, pari al consumo di 4 mesi; l'impresa deve allora effettuare 3.000 ordini all'anno, 1.000 per quadrimestre, e il valore di ogni ordine rappresenta il fabbisogno di un quadrimestre, cioè 100 milioni.

Nell'ipotesi di consumo uniformemente distribuito, il valore medio del magazzino risulta pari alla metà della quantità ordinata e nel nostro caso sarà pari a 2 mesi di consumo, che, espresso in valore, è di 50 milioni. Supponiamo che il metodo ABC faccia emergere una composizione del magazzino strutturata nelle seguenti classi:

- classe A = 40 milioni;
- classe B = 7,5 milioni;
- classe C = 2,5 milioni,

per un totale di 50 milioni.

Supponiamo ora di applicare una differente politica di ordinazione per le tre classi A, B, C, e precisamente:

- voci di classe A: un ordine al mese (12 lotti all'anno);
- voci di classe B: un ordine ogni 4 mesi (3 lotti all'anno);
- voci di classe C: un ordine all'anno.

Ricalcolando il nuovo valore medio del magazzino, si può constatare che tale valore si è ridotto alla metà, cioè a 25 milioni in quanto:

- le giacenze della classe A, essendo quadruplicato il numero degli ordini (da 3 a 12) si riducono a 10 milioni (prima erano di 40 milioni per 4 mesi);
- le giacenze della classe B rimangono di 7,5 milioni (sempre 3 lotti all'anno);
- quelle della classe C salgono a 7,5 milioni (una sola ordinazione all'anno contro le 3 precedenti).

Anche il numero degli ordini risulta diminuito a 2600 (1200 A, 750 B, 650 C),

con conseguente diminuzione dei relativi costi di approvvigionamento.
Queste conclusioni, naturalmente, devono essere integrate con l'analisi del corretto lotto ottimale di acquisto – secondo le tecniche che presenterò tra poco – ma, in ogni caso, il metodo ABC consentirebbe di evidenziare gli articoli sui quali concentrare il controllo.

5. La funzione del controllo delle scorte

L'esempio che conclude il paragrafo precedente dimostra come il valore delle scorte di un dato articolo dipenda dal numero di riordini per coprirne il fabbisogno complessivo annuo. Le scorte si ridurrebbero drasticamente se i riordini fossero frequenti e per ridotti volumi. La contrazione del numero dei riordini finirebbe, al contrario, per aumentare il valore medio delle scorte.
Ogni processo di ordinazione presenta, tuttavia, costi fissi, inevitabili. Quanto più aumenta il numero di riordini, pur abbassandosi l'investimento in scorte, riducendosi i costi dell'investimento medio, tanto più si incrementa la somma dei costi fissi di riordino.
Appare allora immediatamente chiaro qual è il problema fondamentale del controllo delle scorte: determinare il livello economico ottimale, fisiologicamente necessario, delle scorte di ogni articolo significativo (secondo il metodo ABC prescelto) che riduca al minimo i costi del processo di stoccaggio, pur mantenendo il livello di stoccaggio ritenuto compatibile con la funzione congiungente e disgiungente:

a) le scorte di materie prime e di materiali di consumo devono essere sufficienti per alimentare il processo produttivo: l'obiettivo che ci si può proporre deve essere quello di evitare che, per la mancanza di scorte, si abbiano ritardi negli andamenti produttivi programmati e tempi di inattività delle macchine e del lavoro;
b) le scorte di prodotti finiti devono essere sufficienti per alimentare il processo delle vendite ed evitare che la mancanza di scorte provochi ritardi nell'evasione delle ordinazioni ed eventualmente perdite di clienti, a tutto vantaggio delle imprese concorrenti.

Tenuti presenti gli obiettivi di cui sopra, il livello ottimale delle scorte dipende da tre fattori:

1) il fabbisogno di materie o di prodotti durante il tempo di approvvigionamento o, il che è lo stesso, la curva di deflusso delle materie prime o dei prodotti finiti dal magazzino;
2) il tempo di approvvigionamento – o lead time – cioè l'intervallo intercorrente tra l'emissione di un ordine di acquisto (materie prime) o di produzione (prodotti finiti) ed il momento in cui è disponibile quanto ordinato;
3) il costo di approvvigionamento e di conservazione delle scorte, che influisce sulla quantità ottimale di approvvigionamento.

Se assumiamo l'ipotesi di conoscere gli elementi di cui ai punti a) e b), il livello delle scorte risulta essere fondamentalmente funzione dei costi connessi alla formazione e al mantenimento dello stock.

6. I costi e i rischi specifici connessi con la formazione ed il mantenimento delle scorte. Costi di conservazione o stoccaggio (CS)

I volumi delle scorte dipendono essenzialmente dalla convenienza allo stoccaggio e dal processo di approvvigionamento, quindi dal bilanciamento tra i vantaggi e gli svantaggi, in termini di costi e rischi, che derivano dalla tenuta del magazzino.

I vantaggi della formazione di stock sono stati considerati a sufficienza nei precedenti paragrafi; rivolgiamo l'attenzione agli svantaggi, e soprattutto a quelli esprimibili in termini di costi e di rischi; questi possono essere raggruppati in tre classi fondamentali:

A) rate cost, cioè costi di stoccaggio, o di conservazione, o di mantenimento in scorta;
B) acquisition cost, vale a dire costi di movimentazione o di approvvigionamento dei lotti dei vari articoli;
C) storage cost, cioè costi per rischi connessi allo stoccaggio.

I costi di conservazione (rate cost, classe A)) che inevitabilmente, per primi, si presentano sono quelli relativi alla predisposizione dei magazzini in cui conservare le scorte, vale a dire:

a) i costi inerenti alla predisposizione dello spazio occupato materialmente dai beni costituiti a scorta;
b) i costi relativi all'acquisto ed alla locazione degli impianti necessari per la conservazione dei beni stoccati;
c) i costi attinenti agli impianti ed alle attrezzature il cui scopo è di consentire la migliore disposizione dei beni in ordine al loro movimento ed alla loro manutenzione (scaffali, ripiani in cui i beni possano essere facilmente collocati e controllati per verificarne la quantità e lo stato di conservazione);
d) i costi di manodopera per il mantenimento del magazzino;
e) i costi relativi alla contabilità di magazzino;
f) gli oneri finanziari; la formazione delle giacenze comporta, come già sappiamo, un investimento di capitali la cui acquisizione implica il sostenimento di oneri finanziari legati non all'entità fisica delle scorte trasferite nel tempo, ma ai mezzi monetari in esse investiti. Il costo per il capitale investito in scorte risulta dall'insieme di tre fattori: il valore del capitale investito in una unità di scorta, il tempo per il quale l'unità viene tenuta a magazzino e il tasso di interesse calcolato o pagato per ogni unità di capitale investito in scorte.

L'entità dei costi che abbiamo appena indicato dipende dalle caratteristiche fisiche dei beni costituiti in scorta; in ogni caso, occorre osservare che molti costi possono essere comuni a diversi stock e che occorre, di conseguenza, risolvere il problema dell'imputazione alle diverse scorte. Sorge allora la necessità di trovare un criterio per misurare il grado di utilizzazione degli impianti, e spesso si assume l'ipotesi – non sempre corretta – di una incidenza proporzionale allo spazio occupato.
In genere, con un attento studio del magazzino, si arriva a stabilire un costo giornaliero (o settimanale, o mensile) medio per unità stoccata che a tutti gli effetti rappresenta un full cost unitario medio di conservazione per ogni unità stoccata nell'ambito di un accertato, supposto o previsto volume normale di scorte.

Se indichiamo con "cs" il full cost di stoccaggio (unitario medio) per unità di tempo, e se una quantità (media) Q viene mantenuta in scorta per un periodo T=365/r, essendo "r" la rotazione nell'anno del magazzino, i costi di stoccaggio medi totali (CS), in funzione di Q e di T, saranno:

$$CS(Q, r, T) = cs \times \frac{Q}{2r} \times T \qquad [1]$$

È facile comprendere come i costi di stoccaggio, essendo proporzionali sia alla quantità Q sia alla durata, T, dello stoccaggio, dipendano dalla giacenza media di magazzino, che, a sua volta, è funzione del tasso di rotazione delle scorte.

È evidente che, se supponiamo un periodo di 12 mesi ed un fabbisogno di 1.200 unità nei 12 mesi, e se, per semplificare, supponiamo un unico rifornimento all'inizio di T, equivalente a una rotazione pari a 1, per l'intera quantità necessaria di 1.200, che scenderà gradualmente nel corso di T per azzerarsi al termine dei 12 mesi, allora la scorta media sarà pari a 600 e, in media, i costi di stoccaggio incideranno per 12 mesi su 600 unità (Fig. 5(a)):

$$CS\ (Q = 1.200,\ r = 2,\ T = 1) = cs \times 600 \times 1$$

Se supponiamo, invece, di effettuare due rifornimenti, all'inizio dei due periodi $T_1=0$ e $T_2=(1/2)/T$, ciascuno di 6 mesi, per 600 unità ciascuno, la scorta media di ciascun periodo sarà di 300 e anche la scorta media dell'intero periodo T sarà pari a 300.

L'aumento della rotazione da 1 a 2 dimezza la scorta media da 600 a 300 per l'intero T; dimezza, pertanto, anche i costi di stoccaggio a livello annuo (Fig. 5(b)):

$$CS\ (Q = 1.200,\ r = 2,\ T = 1) = cs \times 300 \times 1$$

Se per soddisfare la domanda si effettuassero r = 12 rifornimenti di 100 unità ciascuno, all'inizio dei 12 periodi uguali pari a [(1/12)T], la giacenza media per ogni sottoperiodo sarebbe pari a 50; la giacenza media di T sarebbe pure di 50; pertanto, l'aumento della rotazione da 1 a 12 volte comporta la riduzione della giacenza media da 600 a 50 per l'intero periodo T e una riduzione anche dei costi di stoccaggio (Fig. 5(c)):

$$CS\ (Q = 1200,\ r = 12,\ T = 1) = cs \times \frac{1200}{2 \times 12} \times T = cs \times 50 \times T$$

La [1] rappresenta la formula generale per il calcolo dei costi di conservazione, che sono inversamente proporzionali alla rotazione "r" e direttamente proporzionali ai volumi Q ed al periodo di conservazione T.

7. Costi di approvvigionamento (CA) e per rischi di stoccaggio

La seconda classe di costi connessi alla formazione delle scorte (acquisition cost, classe B)) comprende tutti i costi di movimentazione, o di approvvigionamento, degli stock, cioè i costi attinenti all'ordine e all'immissione dei beni stoccati nei luoghi di conservazione.

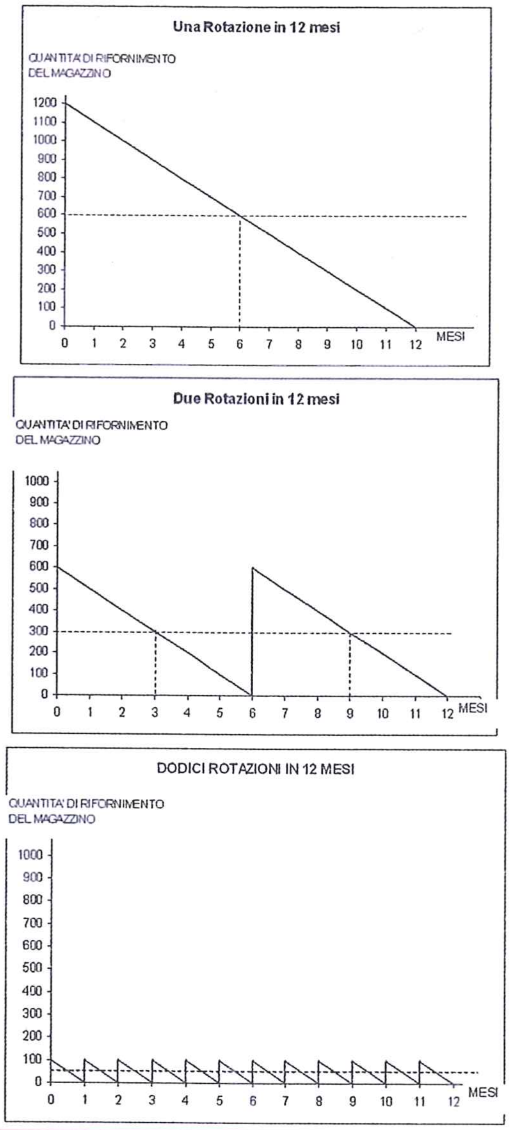
Essi dipendono, prevalentemente, dal numero, dall'ubicazione, dalla struttura e dall'organizzazione dei magazzini dell'impresa, e quindi riguardano, in genere:

a) il costo di esame periodico delle disponibilità esistenti in magazzino;
b) il costo della procedura per l'emissione delle richieste di approvvigionamento;
c) il costo per la procedura di emissione dell'ordinazione vera e propria al fornitore o alla produzione;
d) il costo per la ricezione ed il collaudo dei beni.

Particolari modelli di matematica applicata consentono di stimare l'ubicazione ottimale dei magazzini in un'impresa avente diversi centri di rifornimento e diversi centri di utilizzo dei beni stoccati. In ogni caso, ovunque sia ubicato il magazzino, lo svolgimento delle operazioni di prelievo e di immissione comporta l'impiego di impianti ed attrezzature, di materiali d'uso e di consumo e di mano d'opera i cui costi non sono proporzionali ai volumi dei beni stoccati (Q) o alla durata della conservazione (T), ma variano in relazione al numero dei rifornimenti attuati (r).

I costi di approvvigionamento sono, pertanto, costi fissi per ogni rifornimento; se il tasso di rotazione indica anche il

Figura 5 – Giacenza media in funzione della rotazione del magazzino



numero di rifornimenti quanto più il tasso di rotazione è elevato, con riferimento al periodo T, tanto più aumentano i costi di immissione e di prelievo complessivamente sostenuti in T.

Consideriamo infine i costi per i rischi di stoccaggio (storage cost, classe C)), che dipendono dalla possibilità che i beni stoccati subiscano:

- deterioramenti fisici e cali;
- un invecchiamento economico, cioè obsolescenza.

I mutamenti qualitativi e quantitativi dei beni in magazzino difficilmente sono soggetti a leggi rigorose e definite, anche se il deterioramento fisico può essere considerato come espressione della natura delle scorte in relazione ad un dato criterio di conservazione.

Il danno che l'impresa si trova ad affrontare può consistere nel minor prezzo di vendita (per i prodotti finiti) o in peggiori condizioni di impiego (per le materie prime) qualora sia ancora possibile dare una destinazione alle scorte danneggiate. Nei riguardi di questi eventi dannosi, l'impresa può seguire due politiche:

- adottare provvedimenti per prevenire il verificarsi dell'evento o per attenuarne gli effetti dannosi;
- stipulare contratti con imprese di assicurazione che, contro pagamento di un premio, si impegnano a risarci-

re i danni provocati dall'evento previsto in contratto.

L'adozione del primo criterio comporta il sostenimento di costi non strettamente dipendenti dal quantitativo a scorta, mentre nel secondo caso i premi di assicurazione sono in genere proporzionali al valore costituito a scorta ed alla durata del trasferimento.
I costi per rischi di stoccaggio, pertanto, pur costituendo una classe distinta dalle precedenti, ai fini dei calcoli dei costi complessivi possono essere fatti rientrare o tra i costi di stoccaggio, se variabili con Q e/o T, o tra quelli di ordinazione, se correlati a "r".
Nel seguito li considereremo sempre inclusi in una di queste due classi.

8. Il tasso di rotazione del magazzino (trm) e la durata media (pcm)

Come abbiamo potuto osservare nel paragrafo precedente, quando si deve tenere sotto controllo il magazzino è utile conoscere quante volte, idealmente, il magazzino viene rifornito e si svuota nel corso di un periodo T, relativamente ad un dato articolo o classe di articoli (materie, componenti, prodotti ecc.).
Questo numero di volte, che si definisce tasso o indice di rotazione del magazzino e che indicheremo con "trm", a tutti gli effetti può essere assimilato al tasso "r" di rotazione delle scorte di quel magazzino (per il bene osservato).
Il tasso di rotazione può essere oggetto di una politica aziendale o semplicemente il risultato di un calcolo; in quest'ultimo caso può essere determinato per valori o per quantità fisiche.
Il calcolo a quantità fisiche è molto utile in quanto offre informazioni puntuali sulla rotazione di ciascun articolo stoccato – o su una data classe di articoli esprimibili nella stessa unità di misura – ma implica necessariamente la tenuta di un idoneo sistema di contabilità di magazzino in grado di rilevare i movimenti fisici di ogni articolo.
La determinazione per valori – che può essere attuata anche per l'intero magazzino considerato come valore unitario – implica la tenuta di una contabilità di magazzino meno sofisticata ma offre informazioni meno utili in quanto i risultati risentono della dinamica dei prezzi o dei costi di approvvigionamento, oltre che dell'andamento dei movimenti fisici.
L'indice di rotazione delle scorte per quantità fisiche è espresso dal seguente rapporto:

$$\text{trm} = \frac{\text{quantità in output nel periodo T}}{\text{giacenza media nel periodo T}} \qquad [2]$$

La determinazione della quantità in output, al numeratore del rapporto, può attuarsi:

- direttamente, con i dati di prelevamento dal magazzino offerti dalla contabilità di magazzino;
- indirettamente, con la formula seguente:

$$\text{output} = \text{giacenze iniziali} + \text{input} - \text{giacenze finali} \qquad [3]$$

La determinazione indiretta è più semplice di quella diretta, in quanto i dati da iscrivere nella precedente espressione si desumono facilmente dall'inventario fisico, relativamente alle giacenze, e dalle fatture di acquisto, se si tratta di materie o di merci, o dalle bolle di carico, se si tratta di prodotti finiti.

Problemi più rilevanti si pongono per la determinazione della giacenza media da iscrivere al denominatore.
Anche in questo caso vi sono due soluzioni:

1. se si attuano altre forme di controllo degli approvvigionamenti, che portano al calcolo del lotto economico di approvvigionamento, la giacenza media può essere posta pari alla

metà del lotto economico più le scorte di sicurezza (vedi oltre);

2. se si sono rilevati i dati di giacenza, $G_1, G_2, \ldots, G_K$, riferiti a sottoperiodi, per esempio al termine di ciascun periodo $T_1, T_2, \ldots, T_K$, tali che la loro somma sia pari a T, la giacenza media può essere posta pari alla media aritmetica delle quantità esistenti alla fine di ciascuno di tali periodi, aggiungendo le scorte iniziali, G_0, dividendo, naturalmente, per K+1:

$$\text{giacenza media del periodo T} = \frac{G_0 + G_1 + G_2 + \ldots + G_K}{K+1} \qquad [4]$$

Un altro dato particolarmente utile per il controllo del magazzino, il cui calcolo è complementare a quello del "trm", è il periodo di copertura media (pcm) – o periodo di durata media, o di rifornimento medio – del magazzino.

Tale quantità indica la lunghezza del periodo (in mesi, se il periodo è l'anno, oppure in settimane o in giorni), per il quale l'impresa ha assicurata la disponibilità delle merci rappresentate dalla giacenza media.

Il "pcm" si determina semplicemente dividendo l'intero periodo T di riferimento (nelle unità temporali di misura in cui è espresso) per il "trm".

Se il periodo di osservazione è l'anno e l'unità di misura è il giorno, il periodo di copertura media, espresso in giorni, è dato dal rapporto (anno commerciale):

$$\text{pcm}\ \frac{360}{\text{trm}} \qquad [5]$$

Possiamo quantificare il "pcm", oltre che con la [4], anche tramite il rapporto seguente, con il tempo in giorni:

$$\text{pcm} = \frac{\text{giacenza media}}{\text{output medio} = \text{output}/360} \qquad [6]$$

che, come immediatamente si osserva, equivale alla [5] non appena si sostituisca in questa l'espressione che quantifica il "trm" tramite la [2] e la [4].

9. Calcolo del "trm" e del "pcm" con quantità fisiche. Un esempio

Si supponga di avere rilevato, con cadenza mensile, i carichi (input) e gli scarichi (output) di un dato articolo di magazzino, e che i dati siano quelli indicati nella Tabella 3.

Calcolando la giacenza media (GM) come media aritmetica semplice delle complessive giacenze di fine mese, includendo le esistenze iniziali e applicando la [4], otteniamo:

$$\text{GM} = \frac{30 + 295}{13} = 25 \text{ pezzi o unità}$$

Applicando la [2] possiamo ora determinare il tasso di rotazione con riferimento ad un periodo di osservazione di 12 mesi:

$$\text{trm} = \frac{290}{25} = 11{,}6 \text{ volte}$$

Il periodo di copertura media, espresso in giorni, si determina applicando la [5]:

$$\text{pcm} = \frac{360}{11{,}6} = 31{,}03 \text{ giorni}$$

Tale dato ci informa che con la rotazione attuale il magazzino assicura un rifornimento per 31 giorni.
Applicando la [6], otterremmo lo stesso risultato:

$$\text{pcm} = \frac{25}{290/360} = 31{,}03 \text{ giorni}$$

10. Calcolo del "trm" con dati a valore

Considerando, ora, la determinazione del "trm" per valori, utile specialmente quando il calcolo riguarda l'intero magazzino o gamme eterogenee di merci o prodotti, possiamo applicare semplicemente la formula:

Tabella 3 – Movimenti mensili di un magazzino

	INIZIALI	INPUT	OUTPUT	GIACENZE
Esistenze iniziali	30			
Gennaio		15	20	25
Febbraio		20	25	20
Marzo		30	25	25
Aprile		20	30	15
Maggio		35	25	25
Giugno		30	20	35
Luglio		30	25	40
Agosto		5	15	30
Settembre		20	25	25
Ottobre		25	30	20
Novembre		20	20	20
Dicembre		25	30	15
Totali	**30**	**275**	**290**	**295**

$$trm = \frac{\text{valore delle vendite nel periodo T}}{\text{valore giacenza media nel periodo T}} \qquad [7]$$

I dati delle vendite sono rilevabili dalla contabilità generale o direttamente dalle fatture.

La [7], nella sua semplicità, offre una misura approssimata e scarsamente significativa del "trm", in quanto numeratore e denominatore non hanno espressione omogenea: il primo rappresenta ricavi, mentre il secondo è quantificato sulla base di costi di produzione.

Per rendere omogenei i due termini, la procedura più semplice è quella di depurare le vendite della percentuale media di ricarico. Se si conosce il ROS (return on sales) si può determinare il costo del venduto semplicemente riducendo le vendite del ROS su di esse determinato.

La [7] può essere riformulata ponendo al numeratore il costo del venduto, determinato come full cost complessivo, con l'espressione:

+ RIMANENZE INIZIALI
+ CONSUMI DI MATERIE DIRETTE E SERVIZI
+ MANODOPERA DIRETTA
+ AMMORTAMENTI TECNICI ED ALTRI COSTI DI FABBRICAZIONE
+ COSTI AMMINISTRATIVI E FINANZIARI RIFERIBILI ALLA PRODUZIONE
= COSTO DELLA PRODUZIONE VENDUTA

È indispensabile, ovviamente, evitare di includere nel costo del venduto i costi che non si computano nella valutazione delle rimanenze finali di prodotti e merci sotto osservazione.

È forse superfluo osservare che nelle imprese con un efficiente sistema di contabilità industriale ed analitica i valori da iscrivere nelle formule precedenti sono desumibili direttamente dai dati della contabilità analitica o industriale.

Il "trm" calcolato con dati a valore indica quante volte il capitale investito in scorte si rinnova nell'anno. Un aumento del "trm", coeteris paribus, riduce l'incidenza del costo del capitale investito, oltre che dei costi di magazzinaggio e dei rischi di obsolescenza.

È intuitivo che, se la rotazione del magazzino è pari a 1 in un anno, 100 Euro investiti in quel magazzino devono essere remunerati per un anno.

Se il costo del capitale investito fosse del 12% all'anno, l'impresa sopporterebbe un costo, appunto, di 12 Euro per dare copertura all'investimento nel magazzino. Se, però, il "trm" aumentasse a 2, il costo del capitale investito si ridurrebbe a 6; se il trm aumentasse a 3, a 4 e a 6, il costo del capitale si ridurrebbe a 4, a 3 e a 2. Nella Tabella 4, a titolo orientativo, indichiamo la dinamica del costo del capitale per diverse ipotesi di costo del capitale (indici delle colonne della tabella) e per diverse ipotesi di "trm" (indici delle righe della tabella).

– "lotto di approvvigionamento" (o semplicemente "lotto") la quantità di un dato bene oggetto di una operazione di approvvigionamento;
– "problema del lotto economico", o del "lotto ottimale" (EOQ, da economic order quantity), il calcolo della quantità Q più conveniente da acquistare in ogni ordinazione.

Per determinare l'EOQ sono stati approntati numerosi modelli: alcuni considerano perfettamente noti i parametri che entrano nel calcolo, altri li suppongono noti solo in termini probabilistici.

Tabella 4 – Dinamica del costo del capitale investito in magazzino

INDICE DI ROTAZIONE DEL MAGAZZINO	TASSO DI INTERESSE SUL CAPITALE INVESTITO IN SCORTE			
	12%	15%	18%	20%
1	12	15	18	20
2	6	7,5	9	10
3	4	5	6	6,67
4	3	3,75	4,5	5
6	2	2,5	3	3,3
12	1	125	1,5	1,67
18	0,7	0,83	1	1,11
24	0,5	0,025	0,75	0,83

11. Determinazione del lotto economico di approvvigionamento. Le ipotesi della formula di Wilson

Dai dati della tabella 4 possiamo desumere che non sempre la ricerca dell'aumento del "trm" risulta conveniente. Se da un lato esso comporta una riduzione del costo del capitale e dei rischi di obsolescenza tecnica ed economica, dall'altro esso implica un aumento della frequenza degli ordinativi di rifornimento, e ciò inevitabilmente produce un aumento dei costi fissi di lancio degli ordini ed un aumento del rischio di sottoscorta.

Appare necessario, pertanto, ricercare forme di calcolo razionale per ottimizzare direttamente l'ammontare dei lotti di approvvigionamento.

Definiamo:

Consideriamo il più semplice e noto tra tutti i modelli, quello denominato modello (o formula) di Wilson, ed applichiamolo al calcolo del lotto economico di approvvigionamento di una materia prima.
Il modello nella forma deterministica si fonda sulle seguenti ipotesi:

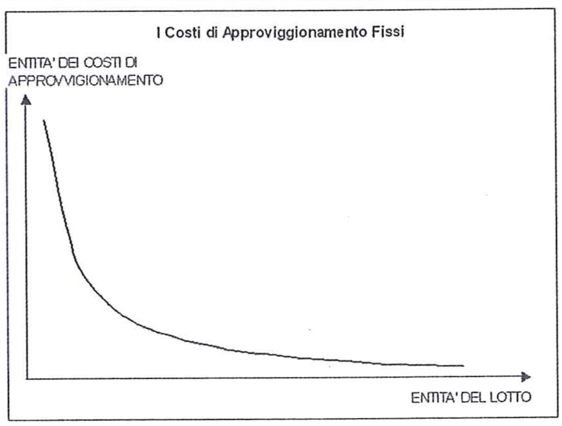
1) il fabbisogno di materie prime è costante nel tempo e supposto noto, a priori, con certezza, in quanto deriva, per esempio, dal budget dei fabbisogni di materie;
2) il quantitativo ottimo da ordinare è quello che consente un equilibrio conveniente tra i costi di approvvigionamento dei lotti (acquisition cost) e i costi di mantenimento in

scorta (rate cost), tipicamente variabili in proporzione al volume del lotto acquistato;

3) i costi di approvvigionamento risultano fissi per ogni ordinazione, ossia sono indipendenti dalla quantità di materie acquistate in ogni lotto; trattandosi di costi di lotto e non di quantità, la loro incidenza sui volumi del lotto diminuisce all'aumentare dell'entità del lotto acquistato. Il loro andamento può essere così espresso dalla curva della Fig. 6(a);
4) i costi di mantenimento delle scorte aumentano al crescere dell'entità del lotto, come indicato nella figura Fig. 6(b), nella quale si è supposta una dinamica lineare (direttamente proporzionale) con il volume acquistato;
5) l'impresa compie i propri acquisti esclusivamente all'esterno; il prezzo unitario di acquisto è noto a priori e non varia in funzione della quantità approvvigionata, cioè si mantiene costante qualunque sia la quantità ordinata in ciascun lotto.

Sulla base di queste semplici assunzioni possiamo costruire la Fig. 7, riportando gli andamenti di CA e di CS; la somma dei tratti crescenti e decrescenti di tali curve rappresenta l'andamento del costo totale unitario al variare dell'entità del lotto economico di approvvigionamento.
Dall'esame della Fig. 7 osserviamo che il costo totale minimo si ha per la quantità "q" in corrispondenza della quale l'incidenza dei costi di ordinazione eguaglia il costo unitario di mantenimento delle scorte.
La quantità "q" rappresenta il livello del lotto ottimale di approvvigionamento (EOQ), cioè la quantità da ordinare perché sia minimo il costo di stoccaggio ottenuto dalla somma dei costi di approvvigionamento e dei costi di mantenimento in scorta.
Si può osservare che in prossimità (in un "intorno") del punto di minimo il costo totale decresce ed aumenta di poco al variare di "q": ciò permette di affermare che piccoli errori nella determinazione del valore di EOQ comportano variazioni non rilevanti nel costo totale del lotto.

Figura 6 – Dinamica dei costi relativi ai lotti di approvvigionamento



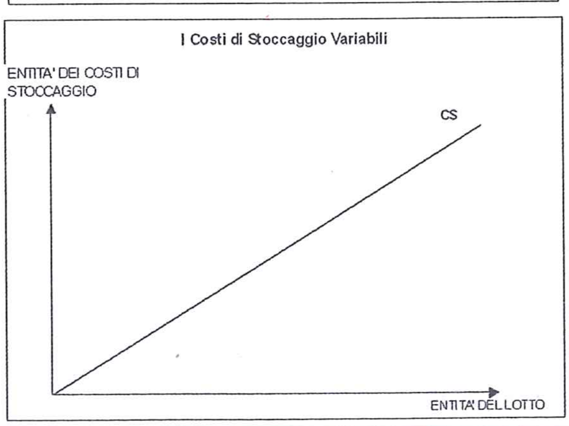
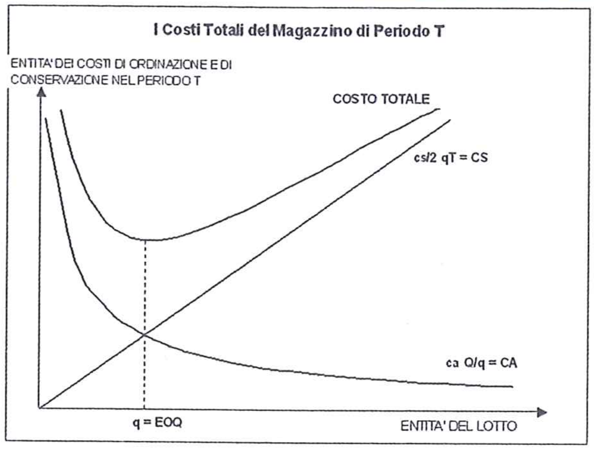


Figura 7 – I costi complessivi di stoccaggio



12. Determinazione analitica del lotto economico (EOQ)

La precedente soluzione può essere ottenuta analiticamente con la formula di Wilson, in una delle sue molte varianti (una ricca collezione di moduli di calcolo per ipotesi alternative della formula di Wilson è in Arsham, 2006); in quella presentata supponiamo ininfluente la conoscenza del prezzo di acquisto; abbandoneremo in seguito questo assunto semplificatore.
Indichiamo con:

- Q il fabbisogno totale annuo (o relativo al periodo T);
- T il periodo di riferimento dei calcoli (se si riferisce ad un anno, T = 360 gg., oppure 365 gg.);
- q = EOQ, l'entità incognita del lotto di approvvigionamento;
- q/2 la scorta media (entità iniziale ed entità finale nulle);
- ca il costo di approvvigionamento di un singolo lotto che si suppone fisso, qualunque sia l'entità del lotto;
- CA il costo di approvvigionamento di tutti i lotti dell'anno;
- cs i costi di stoccaggio per unità di stock a valore e di tempo (per esempio 50 Euro il pezzo per giorno, oppure il 10% del costo di acquisto per settimana); i costi complessivi di stoccaggio saranno, allora, proporzionali all'entità del valore della scorta media, q/2, che si forma con l'acquisto del lotto;
- CS il costo di stoccaggio di tutto l'anno;
- t l'intervallo durante il quale si esaurisce la quantità "q" approvvigionata; al termine di t occorre lanciare un nuovo ordine perché "q" si è esaurita;
- n il numero dei lotti richiesti nell'anno; corrisponde al tasso di rotazione del magazzino, nell'ipotesi di rimanenze iniziali e finali nulle; si deduce che:

$$n \frac{Q}{q} = \frac{T}{t} \qquad [8]$$

- CT = CA + CS il costo totale degli stock nel periodo T.

Per determinare analiticamente l'EOQ è sufficiente calcolare CT come somma delle funzioni dei costi CA e CS ed individuare l'entità di "q" per la quale tale costo risulta minimo.
Il costo, CA, delle "n" ordinazioni in T si ottiene moltiplicando il costo di approvvigionamento di un lotto, vale a dire ca, per il numero dei lotti ordinati, che, valida la [8], risulta pari a:

$$CA = ca \times n = ca \times \frac{Q}{q} \qquad [9]$$

Il costo di stoccaggio, CS, dipende sia dalla scorta media, q/2, sia dal periodo T complessivo (si veda la Fig. 5); ricordando che q = Q/n, possiamo dunque scrivere:

$$CS = \frac{q}{2} \times cs \times T = \frac{1}{2} \times \frac{Q}{n} \times cs \times T \quad [10]$$

Risulta immediatamente, dalle [9] e [10], che al crescere di "q" CA si riduce, mentre CS aumenta.
Il lotto ottimale di approvvigionamento si determina in corrispondenza della quantità "q" per la quale risulta minimo il costo complessivo di stoccaggio:

$$CT = CA + CS = ca\frac{Q}{q} + cs\frac{q}{2} \times T \quad [11]$$

Con semplici passaggi (1), otteniamo il desiderato valore del lotto ottimale (2):

$$EOQ = \sqrt{\frac{2\,ca\,Q}{cs\,T}} \quad [12]$$

Poiché abbiamo posto T=1, la [12] si può scrivere:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2\,ca\,Q}{cs}} = \sqrt{\frac{2\,ca}{cs}} \times \sqrt{Q} \quad [13]$$

Avendo introdotto l'ipotesi che ca e cs sono noti con certezza, possiamo porre:

$$K = \sqrt{\frac{2\,ca}{cs}}$$

così che la [13] si può scrivere in forma semplificata:

$$EOQ = K \times \sqrt{Q} \quad [14]$$

Tale espressione dimostra immediatamente come EOQ aumenti meno che proporzionalmente all'aumentare del fabbisogno annuo Q.

Noto EOQ, si possono determinare:

- il numero dei lotti da ordinare annualmente, semplicemente tramite il rapporto:

$$n = \frac{Q}{EOQ} \quad [15]$$

- la durata media di un lotto, cioè il numero di giorni compreso tra l'approvvigionamento e l'esaurimento, tramite il rapporto:

$$t = \frac{T}{n} = \frac{360}{n} \quad [16]$$

13. Il "punto di riordino" e la "scorta di sicurezza"

Con i risultati del modello presentato al paragrafo precedente siamo in grado non solo di calcolare la quantità ottimale da ordinare ma anche di conoscere a quale data effettuare le ordinazioni; ma ciò solo al verificarsi di due ipotesi ideali:

- che le materie vengano consegnate senza ritardo (lead time) nell'istante stesso in cui sono ordinate;
- che il fabbisogno di materiali sia costante nel tempo.

Con tali condizioni, si verifica immediatamente che la data in cui lanciare l'ordine di approvvigionamento di EOQ coincide con quella in cui si esaurisce la scorta rappresentata dal lotto precedente. Calcolato, quindi, il numero di unità del lotto, EOQ, e determinato, di conseguenza, il periodo di durata di un lotto, t = 360/n, partendo dalla data in cui per la prima volta si verifica la situazione di scorta zero, si lancia un ordine ogni t giorni. Con le nostre ipotesi, sappiamo che quando la giacenza del lotto precedente scende a zero, arriva il lotto successivo.
Questa situazione è, però, irrealistica; occorre infatti considerare due fatti:

- tra la data di lancio dell'ordine e quella in cui le merci arrivano, e sono verificate conformi all'ordine, o collaudate, intercorre normalmente un lead time di durata costante;
- i prelevamenti dal magazzino non sono mai perfettamente regolari.

Incominciamo ad affrontare il primo fattore di complicazione che ci obbliga ad abbandonare la prima ipotesi.

Osserviamo, innanzitutto, che se il lotto è pari, per esempio, a q = 300 unità e t = 15 giorni, allora, per l'ipotesi di prelevamento costante, si può supporre che vi sia un fabbisogno giornaliero di q/t = 20 unità.
Se il tempo medio di rifornimento fosse di 6 giorni, occorrerebbe lanciare l'ordine 6 giorni prima del termine di t; ciò può anche essere espresso in termini di livello di scorta nel momento in cui occorre lanciare l'ordine, livello che viene definito punto d'ordine o livello di riordino (Reorder point).

Nelle nostre ipotesi, il punto d'ordine sarebbe pari a 120 unità, corrispondenti alla quantità di scorta che sarà prelevata nei 6 giorni del lead time.
Ai fini del controllo del magazzino ciò significa che occorre tenere sotto controllo non il fluire del tempo (ordinare 6 giorni prima dell'esaurimento) ma il fluire delle merci stoccate, in quanto il riordino deve essere effettuato quando le merci in magazzino scendono a 120 unità.

Se il nuovo lotto arriva puntualmente dopo 6 giorni, il magazzino viene rifornito proprio nel momento in cui la scorta va a zero, come si può facilmente verificare dalla Tabella 5.

Affrontiamo ora il secondo fattore di complicazione, quello della domanda non costante nel corso del periodo di durata del lotto.

Qualora il prelevamento dal magazzino non sia costante:

- se il fabbisogno durante il lead time è superiore a 120 unità, si verificherà una rottura di stock, con evidenti danni per sottoscorta;
- se il fabbisogno è invece inferiore a 120 unità, si può ritardare il rifornimento, a tutto vantaggio del costo di stoccaggio.

Per determinare correttamente il punto d'ordine occorre pertanto conoscere il fabbisogno medio atteso di materie nel periodo di lead time; tale fabbisogno può essere supposto una variabile casuale che assume valori inferiori, uguali o superiori al valore teorico di prelevamento costante, con una data probabilità. Sulla base dell'esperienza (osservazioni ripetute), si potrebbero trovare, ad esempio, i valori di Tabella 6.

Di questa variabile casuale S(n) che assume la tipica forma gaussiana possiamo calcolare il valore medio probabilistico (F), che rappresenta la quantità

p. 46

Tabella 5 – Livello di riordino nell'ipotesi di prelevamento costante

Giorno di T		Livello di scorta	
1		300	
2		280	
…			
…			
8		160	
9		140	
10 ←	Data d'ordine (controllo del tempo)	120	← Punto d'ordine (controllo della quantità)
11		100	
12		80	
13		60	
14		40	
15		20	

Tabella 6 – Il fabbisogno di prelievo come variabile casuale	
FABBISOGNO DI 6 GIORNI S(n)	**PROBABILITÀ p(n)**
100	2%
105	3%
110	8%
115	15%
120	42%
125	18%
130	8%
135	3%
140	1%
	100%

da tenere normalmente in scorta nel periodo:

$$S = \sum_{n=1}^{N} S(n) \times p(n) \qquad [17]$$

nonché la varianza probabilistica, che informa sul grado di incertezza del valore medio:

$$\sigma(S)^2 = \sum_{n=1}^{N} [S(n) - S]^2 \times p(n) \qquad [18]$$

Lo scarto quadratico medio:

$$\sigma(S) = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} [S(n) - S]^2 \times p(n)} \qquad [19]$$

indica il numero di unità che in media superano il fabbisogno medio (provocando la rottura dello stock con sottoscorta) o sono inferiori al fabbisogno medio (provocando un eccesso di scorta).

Indichiamo con F* la scorta di sicurezza (safety stock), cioè la quantità di scorta che a titolo precauzionale conviene tenere in più, rispetto alla media, per evitare il rischio di sottoscorta, con conseguenti danni (arresto della produzione o perdita del cliente).

La statistica insegna che se si tiene una scorta di sicurezza pari a F* = σ(S), vi è una probabilità ancora elevata di avere una rottura dello stock (32%); se le scorte di sicurezza sono pari a [2 σ(S)], la probabilità si riduce drasticamente (5%); con scorte pari a [3 σ(S)], vi è la quasi certezza di non avere rottura di stock, in quanto la probabilità di rottura di stock è inferiore all'1%.

In altri termini, affermare che per una data materia prima si ha una probabilità di non avere rottura di stock, ad esempio, del 95% significa che se durante il periodo di approvvigionamento si ricevono 100 richieste di materie dalla produzione, 95 di esse saranno in quantità inferiore a quella per la quale si verificherebbe l'azzeramento anticipato del magazzino, con rottura di stock. Reciprocamente, 5 ordini potrebbero essere di entità tale da provocare una situazione di fuori stock.

Detta dunque SS la scorta di sicurezza, si ha:

$$SS = k\,\sigma(S)$$

Il fattore k viene definito fattore di sicurezza ed è deciso a livello di politica di magazzino.

Di conseguenza, si ha:

$$\text{livello di riordino} = S + k\,\sigma(S) \qquad [20]$$

Per decidere a quale livello di k fissare il fattore di sicurezza, si osserva che quanto più k è elevato tanto più aumentano i costi di stoccaggio della scorta di sicurezza e tanto più si riducono i costi connessi alla rottura dello stock.

In termini teorici, dunque, k si dovrebbe fissare al valore che rende il costo di stoccaggio (svantaggio di una scorta di sicurezza troppo alta) uguale al costo di rottura dello stock (svantaggio per una scorta di sicurezza troppo bassa).
Nella pratica, per potere effettuare i calcoli delle probabilità di S(n) occorre attuare una rilevazione accurata dei consumi durante il periodo di riordino per un sufficiente numero di intervalli e calcolare le frequenze dei vari volumi di prelevamento. Le frequenze dei prelevamenti possono essere adottate quali approssimazioni delle probabilità.
I calcoli della scorta di sicurezza possono essere attuati molto più facilmente sostituendo alla scarto quadratico medio il MAD (mean absolute deviaton), che evita i calcoli dei quadrati e delle radici quadrate.

$$MAD = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} S(n) - S \qquad [21]$$

L'attendibilità statistica non viene compromessa dall'utilizzo del MAD ed è sempre possibile passare da un procedimento all'altro sfruttando la relazione che lega le due grandezze, potendosi ritenere, con buona approssimazione, con errori distribuiti secondo la normale, che lo scarto quadratico medio è uguale a 1,25 MAD.

14. Controllo delle scorte di una materia. Un esempio numerico

Un'impresa ha stimato in 3.820 unità il fabbisogno di una data materia in un dato anno.
La Tabella 7 espone la rilevazione dei fabbisogni S(n) per settimana (n) di quella materia; sono calcolati altresì gli scarti assoluti rispetto alla media.

Dalla contabilità analitica vengono ricavati i seguenti costi di approvvigionamento unitari (ca):

1) Costo personale addetto	€	6
2) Movimentazione e trasporto	€	4
3) Spese tel., stampati e postali	€	3
4) Costi amministrativi e informatici	€	3
Totale	€	16

Tabella 7 – Il fabbisogno di prelievo come variabile casuale

n	S(n)	scarto	n	S(n)	scarto	n	S(n)	scarto
1	70	3	19	71	2	37	63	10
2	65	8	20	74	1	38	100	27
3	60	13	21	67	6	39	97	24
4	64	9	22	70	3	40	93	20
5	53	20	23	62	11	41	63	10
6	70	3	24	79	6	42	101	28
7	58	15	25	76	3	43	72	1
8	59	14	26	64	9	44	81	8
9	65	8	27	82	9	45	96	23
10	68	5	28	79	6	46	56	17
11	70	3	29	61	12	47	91	18
12	80	7	30	55	18	48	88	15
13	74	1	31	84	11	49	63	10
14	63	10	32	92	19	50	90	17
15	62	11	33	96	23	51	70	3
16	60	13	34	85	12	52	99	26
17	81	8	35	61	12		tot	tot
18	65	8	36	52	21		3.820	600

Il costo di stoccaggio unitario (cs) si quantifica, invece, in € 3, il 30% del costo di acquisto che è pari a € 10.

Per il calcolo del lotto ottimale d'acquisto si procede applicando la [12] con i dati della tabella 7; si ottiene:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2\ co\ Q}{cs\ T}} = \sqrt{\frac{2 \times 16 \times 3820}{3 \times 1}} = 201{,}86 \cong 202 \quad [22]$$

Il numero dei riordini (n) e la durata media di scorta (t) si determinano con la [15] e con la [16], rispettivamente:

$$n = \frac{Q}{EOQ} = \frac{3820}{202} \cong 19 \text{ pezzi}; t = \frac{T}{n} = \frac{360}{19} = 19 \text{ giorni}$$

Il costo di ogni approvvigionamento ammonta a : € 10 × 202 = € 2.020.
Una importante osservazione: il costo di stoccaggio si riferisce ad una unità in stock senza fare riferimento al periodo T di stoccaggio; se il costo di stoccaggio unitario fosse stato pari, per esempio, a € 2 per unità per giorno, il costo di stoccaggio "cs" sarebbe stato (2 × t) e si sarebbe dovuta applicare la [12].
È facile dimostrare che se, a parità di domanda, crescono il costo di ordinazione e quello di mantenimento – per effetto, per esempio, della lievitazione del costo del personale, dei trasporti, di acquisto o produzione, giacenza del bene ecc. – si ha una diminuzione dell'EOQ. Infatti, ponendo che, a un successivo calcolo, si quantificasse il costo di ordinazione in € 16,5 e quello di acquisto in € 11, si otterrebbe un EOQ pari a 195 unità.

Di conseguenza, varierebbero anche gli altri risultati: il numero dei riordini aumenterebbe, i giorni di scorta diminuirebbero, il costo di ogni approvvigionamento e il costo di gestione delle scorte si ridurrebbero.
Procediamo ora al calcolo della scorta di sicurezza che dia una probabilità inferiore al 5% di tradursi in sottoscorta, supponendo che il lead time sia di una settimana, salvo rettificare tale valore quando si conoscerà il periodo di riordino.
Per avere una scorta di sicurezza adeguata alla probabilità voluta, il fattore k applicato al MAD è uguale a 2. Occorre procedere al calcolo del prelievo medio settimanale S(n) e alla specificazione del MAD. Con i dati dei consumi settimanali della Tab. 7 calcoliamo la media aritmetica:

$$S = \frac{3820}{52} \cong 73$$

La media sulle variazioni assolute si determina come segue:

$$MAD = \frac{600}{52} = 11{,}54$$

Possiamo ora procedere al calcolo del punto d'ordine. Occorre, tuttavia, conoscere l'effettivo periodo di riordino. Da accurate rilevazioni risulta che il periodo di riordino è di circa 2 settimane.
La domanda media in 2 settimane è pari al doppio della domanda media settimanale, per cui si ha:

$$\text{punto d'ordine} = 2\,S + SS = 2\,S + 2\,MAD = 146 + 23 = 169$$

Tale dato va interpretato nel senso che il responsabile del magazzino lancerà un nuovo ordine di 202 unità (EOQ) quando la scorta scenderà a 169 unità. Ciò gli assicura un livello di servizio presumibilmente vicino al 95% in base all'andamento dei fabbisogni del magazzino. La scorta massima arriverà al seguente livello:

$$EOQ + SS = 202 + 23 = 225 \text{ unità di materie.}$$

15. Calcolo del lotto di approvvigionamento nell'ipotesi che il prezzo vari proporzionalmente

Finora abbiamo ipotizzato che il prezzo unitario fosse costante, pari a p, indipendentemente dalla quantità ordinata "q", così che nei calcoli si era potuto non tenerne conto.

Come è noto, molto spesso i fornitori sono disposti a praticare prezzi differenti a seconda del volume degli acquisti effettuati. Due sono le forme di sconto possibili:

a) sconti concessi in funzione del quantitativo complessivamente acquistato dall'impresa in un certo intervallo di tempo, prescindendo dal modo in cui la quantità complessiva viene suddivisa in singole ordinazioni;
b) sconti applicati sulla base del quantitativo di volta in volta ordinato.

Il primo tipo di sconto non influenza direttamente la formazione delle scorte dell'impresa acquirente, in quanto il prezzo rimane fisso fino al raggiungimento del volume minimo, superato il quale lo sconto matura.

Consideriamo, quindi, lo sconto applicato per ogni lotto acquistato ponendo l'ipotesi semplificatrice che il prezzo unitario decresca in modo continuo secondo un fattore proporzionale alla entità dell'ordine.

Per il calcolo dell'EOQ si tratta di minimizzare una funzione comprendente, oltre ai costi di ordinazione e di conservazione, considerati nei precedenti modelli, anche i costi di acquisto, introducendo esplicitamente il prezzo nel modello.

Utilizziamo la seguente simbologia:

- Q è l'entità del fabbisogno per il periodo T;
- q = EOQ indica l'entità del lotto economico di ordinazione;
- T rappresenta il periodo lungo il quale si estende il controllo, relativo al fabbisogno Q;
- ca è costo di approvvigionamento, fisso per ogni lotto;
- cs indica il costo di stoccaggio di una unità a scorta per unità di tempo e, come al solito, si applica sulla scorta media pari a q/2;
- (p - aq) rappresenta il prezzo d'acquisto, supposto decrescente, composto da due elementi: una parte costante "p" e una parte variabile secondo l'entità dell'ordine in ragione di un fattore "-a".

La funzione del costo totale da minimizzare sarà quindi analoga alla [11], con la variante di includere anche il valore d'acquisto del lotto (CL):

$$CT = CA + CS + CL = ca\frac{Q}{q} + cs\frac{q}{2} \times T + (p - aq)Q \qquad [23]$$

Con immediati passaggi, supposto positivo il denominatore (3), si trova la formula risolutiva:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2\,ca\,Q}{cs\,T - 2\,a\,Q}} \qquad [24]$$

Supponiamo, a titolo di esempio, che l'impresa DELTA abbia determinato in 10.000 unità il fabbisogno annuo di una data materia prima. I costi di approvvigionamento sono stimati in ca = € 200 per lotto; quelli di conservazione sono pari a cs = € 20 per giorno e per unità. Il prezzo di acquisto è di € 250 con uno sconto di quantità continuo, pari a € 0,01 per ogni unità acquistata.

Applicando la [23], la funzione di costo totale risulta:

$$CT = CA + CS + CL = \left[200\frac{10000}{q}\right] + \left[20\frac{q}{2} \times 360\right] + \left[(250 - 0{,}01q)10000\right]$$

Tramite la [24], otteniamo:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 10000}{(20 \times 360) - (2 \times 0{,}01 \times 10000)}} \approx 572$$

Il numero di ordinazioni è pari a: n = (10.000/572) = 17,5 circa.

La durata media di un lotto risulta: t = (360/17,5) = 20,5 giorni circa.

16. Calcolo dell'EOQ nell'ipotesi di acquisto con prezzo variabile "a salti"

Se introduciamo l'ipotesi, più realistica, di una riduzione del prezzo sull'intero lotto quando l'entità dell'ordine supera un certo minimo, il calcolo dell'EOQ diventa più complesso.
Supponiamo, allora, che:

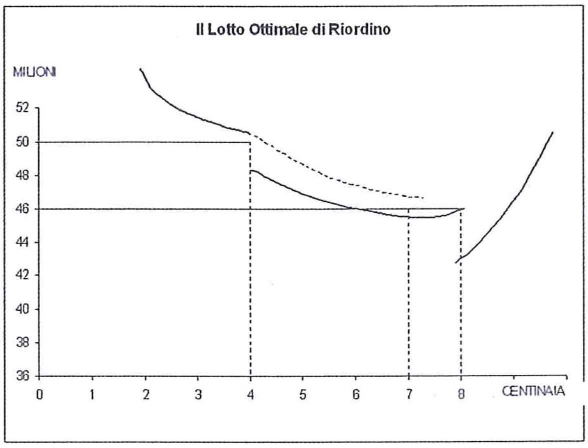
- se la quantità acquistata è inferiore a un livello "b", il prezzo unitario di acquisto è p_1;
- se la quantità acquistata è uguale oppure superiore a "b", tale prezzo diventa $p_2 < p_1$ (il ragionamento si può estendere al caso di un numero maggiore di discontinuità nei livelli di prezzo).

Il problema, in questo caso, consiste nel decidere se risulti più conveniente acquistare la quantità ottimale al prezzo p_1, oppure aumentare il volume dell'ordine fino alla dimensione minima "b" per poter usufruire del prezzo unitario inferiore.
Prima di procedere alla soluzione del problema, osserviamo che, nelle ipotesi poste, la funzione del costo totale da minimizzare presenta un punto di discontinuità in corrispondenza della quantità "b".
Questa discontinuità si connette al fatto che lo sconto sugli acquisti produce rilevanti effetti collegati:

a) riduce il prezzo unitario di acquisto;
b) riduce i costi di detenzione delle scorte;
c) mantiene invariato il livello dei costi di acquisizione.

Graficamente la situazione può essere rappresentata come nella Figura 8. In presenza di discontinuità dobbiamo analizzare separatamente i rami continui della curva del costo totale ed attuare il confronto tra i risultati di costo ottenuti per ciascun ramo in corrispondenza del punto di discontinuità.

Figura 8 – I costi di magazzino con prezzo variabile "a salti"



La procedura può essere così sintetizzata:

1. si determina l'EOQ nell'ipotesi che il prezzo di acquisto non influisca sulla quantità ottimale;
2. si individua il ramo della curva del costo totale nel quale giace EOQ;
3. si calcolano i valori di CT sia per l'EOQ sia per "b";
4. si effettua la scelta sulla base di tali valori; il livello da ordinare corrisponde alla quantità per la quale si individua il costo minimo.

A titolo di esempio, si supponga che l'impresa OMEGA impieghi mediamente 250 unità al giorno di una data materia prima.
Per l'approvvigionamento e lo stoccaggio si rilevano i seguenti dati di prezzo, costo e relative grandezze derivate (valori in Euro):

a) prezzo di acquisto:
   - $p_1 = 4$ per ordini $q < b_1 = 400$:
   - $p_2 = 3{,}6$ (sconto 10%) per ordini compresi tra $q = b_1$ e $q < b_2 = 800$;
   - $p_3 = 3{,}4$ (sconto 15%) per ordini di $q > b_2$;

b) costo per approvvigionamento: 500;

c) costo di conservazione e stoccaggio: 0,5 al giorno per unità di q mediamente in scorta;

d) essendo T = 360 gg., il fabbisogno Q è pari a 250 × 360 = 90.000 unità;

e) indicando con q la dimensione di un lotto, il numero dei lotti sarà: 90.000/q;

f) il costo di approvvigionamento per T risulta quindi:

$$CA = \frac{90000}{q} \times 500$$

g) il costo di conservazione relativo a T ammonta a:

$$CS = 0{,}5 \frac{q}{2} \times 360$$

h) il costo di acquisto dipende dalla quantità acquistata complessivamente in T; lo lasciamo indicato con ($p_h \times Q$), con h = 1, 2, 3.

Possiamo allora costruire la funzione dei costi totali:

$$CT = CA + CS = \left[\frac{90000}{q} \times 500\right] + \left[0{,}5\frac{q}{2} \times 360\right] + (p_h \times Q)$$

Tramite la [12] determiniamo il lotto di acquisto teorico:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 90000}{0{,}5 \times 360}} \approx 707 \text{ unità}$$

Si osserva che l'addendo ($p_h \times Q$), cioè il costo di acquisto della merce - ossia il prezzo - non influisce sulla derivata prima di CT; pertanto CT ammette un minimo al livello di q = 707 unità (arrotondata).

Se però disegniamo il grafico delle tre funzioni CT che si ottengono specificando il prezzo p_h, immediatamente verifichiamo che CT ammette due punti di discontinuità in corrispondenza delle quantità b_1 = 400 unità e b_2 = 800 unità.

Occorre allora calcolare il valore assunto dalla funzione nei punti di discontinuità, impiegando le tre funzioni di costo seguenti che derivano dalla generale dopo avere specificato il livello di p_h:

per q < 400 unità;

$$CT = \left[\frac{90000}{q} \times 500\right] + \left[0{,}5\frac{q}{2} \times 360\right] + (4 \times 90000)$$

per $400 \leq q < 800$;

$$CT = \left[\frac{90000}{q} \times 500\right] + \left[0{,}5\frac{q}{2} \times 360\right] + (3{,}6 \times 90000)$$

per q > 800;

$$CT = \left[\frac{90000}{q} \times 500\right] + \left[0{,}5\frac{q}{2} \times 360\right] + (3{,}4 \times 90000)$$

Impiegando le tre funzioni precedenti, specificando i prezzi per ciascuna, otteniamo i seguenti risultati:

per q = 400, risulta CT = 508.500
per q = 401, risulta CT = 472.309
per q = 800, risulta CT = 452.250
per q = 801, risulta CT = 434.269
per q = 707, risulta CT = 451.279

Poiché il prezzo p_h non incide sul minimo delle funzioni di costo, risulta che EOQ è il minimo di tutte e tre le funzioni; pertanto la curva del costo totale:

a) è decrescente nel tratto rappresentato dalla prima funzione;

b) presenta un minimo relativo in corrispondenza di EOQ nel tratto rappresentato dalla seconda funzione, essendo decrescente per q < 707 e crescente per q > 707;

c) è crescente nel tratto rappresentato dalla terza funzione.

Poiché il valore iniziale (434.269) del tratto rappresentato dalla terza funzione – corrispondente a q = 800 – risulta minore del valore minimo (451.279) del tratto rappresentato dalla seconda funzione, per q = 707, siamo certi che la quantità ottima di approvvigionamento non corrisponde a q = 707 ma a q = 800, che rappresenta l'EOQ.

17. Calcolo del lotto ottimale di produzione

La formula di Wilson può essere utilizzata anche per il calcolo del lotto ottimale da produrre, denominato anche EPQ, da Economic Production Quantity (Arsham, 2006); è necessario, in questo caso, conoscere, per unità di prodotto finito da tenere in scorta, oltre che i costi di approvvigionamento, considerati fissi, anche i costi unitari medi di produzione.
Indichiamo con:

- Q il fabbisogno totale annuo di produzione come indicato, per esempio, nel budget della produzione;
- cp il costo industriale unitario medio di produzione – al netto dei costi di approvvigionamento – che si suppone fisso per ogni quantità prodotta (può essere sia un direct cost che un full cost; varierà, naturalmente, il significato dei risultati conseguiti);
- CP il costo di produzione dei lotti nel periodo T;
- q = EOQ l'entità incognita del lotto di produzione;
- ca il costo di approvvigionamento di un lotto; è il costo per attuare un rifornimento del magazzino prodotti; si suppone che tale costo sia fisso, qualunque sia l'entità del lotto; potrebbero rientrare in ca, per esempio, i costi di attrezzaggio dei macchinari o di movimentazione del lotto nel magazzino;
- CA il costo di approvvigionamento di tutti i lotti dell'anno;
- cs i costi di stoccaggio unitari, calcolati sul valore medio di un lotto (per esempio il 3% del costo di produzione cm);
- CS il costo di stoccaggio di tutto l'anno;
- q/2 la scorta media (entità iniziale pari a "q" ed entità finale nulla);
- t l'intervallo durante il quale si esaurisce "q"; al termine di t occorre lanciare un nuovo ordine perché "q" si è esaurito;
- n = Q/q il numero dei lotti richiesti nell'anno;
- CQ il costo complessivo di produzione, comprendente sia i costi di produzione industriale sia i costi di approvvigionamento e di stoccaggio.

Possiamo allora immediatamente calcolare:

a) il costo di produzione di un lotto: cp × q;
b) il costo di produzione degli "n" lotti:

$$CP = cp \times q \times n$$

c) il costo di approvvigionamento per gli "n" lotti:

$$CA = ca \times n$$

d) il costo di stoccaggio di un lotto che è commisurato al suo valore, vale a dire al costo di produzione (cui eventualmente si può sommare anche ca) e proporzionale al costo unitario, "cs", per valore unitario, e "cm", per la durata di un lotto "t":

$$\text{costo di stoccaggio di un lotto} = cs \times cp \times t \times \frac{q}{2};$$

e) il costo totale di stoccaggio degli "n" lotti:

$$CS = \left(cs \times cp \times t \times \frac{q}{2}\right) \times n;$$

f) il costo totale di produzione e di stoccaggio degli n lotti:

$$CQ = CP + CA + CS =$$
$$= (cp \times q \times n) + (ca \times n) +$$
$$+\left(cs \times cp \times t \times \frac{q}{2}\right) \times n \qquad [25]$$

Ricordando che (q × n) = Q e che: (t × n) = T e anche che n = Q/q, la [25] diventa:

$$CQ = (cp \times Q) + \left(ca \times \frac{Q}{q}\right) +$$
$$+\left(cs \times cp \times t \times \frac{q}{2} \times T\right) \qquad [26]$$

Dobbiamo ora calcolare la quantità del lotto "q" che renda minima la precedente funzione del costo totale CT.
Con semplici passaggi (4), otteniamo il valore di EOQ:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2\, ca\, Q}{cp\, cs\, T}} = \sqrt{\frac{2\, ca}{cp\, cs\, T}}\sqrt{Q} \qquad [27]$$

Se poniamo T = 360/360 = 1, la [27] diventa:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2\, ca}{cp\, cs}}\sqrt{Q} = K\sqrt{Q} \qquad [28]$$

avendo indicato con K la costante calcolata con i valori noti dei costi unitari.
Si può notare la stretta analogia tra i risultati raggiunti e la [13] relativa al calcolo del lotto ottimale di approvvigionamento.
Per il calcolo del lotto ottimale di produzione occorre tenere conto anche del costo di produzione, e si osserva che l'entità del lotto decresce quanto più aumenta il costo di produzione unitario medio "cp".
Importante osservazione: la precedente formula [27] può essere impiegata anche per il calcolo del lotto economico di approvvigionamento da fornitori esterni all'impresa quando sia necessario fare entrare nei calcoli anche il prezzo di acquisto. È sufficiente, in questo caso, ripetere il ragionamento sostituendo al costo unitario "cp" il prezzo unitario "p".

Si ottiene la formula seguente, che amplia la [13].

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \times ca \times Q}{p \times cs}} \qquad [29]$$

18. Il lotto economico per produzioni discontinue. Il metodo "LB-LA"

Il calcolo del lotto ottimale di approvvigionamento con la formula di Wilson si fondava sull'assunto di un fabbisogno costante, Q, di materie o di prodotti, e di un loro impiego regolare nel tempo; con tale ipotesi, il fabbisogno di ogni sottoperiodo costituiva una frazione proporzionale del fabbisogno totale.
Vi sono casi in cui i processi di acquisto o di vendita richiedono fabbisogni non uniformemente distribuiti, così che, per esempio, il fabbisogno di gennaio è alquanto diverso da quello di febbraio, e questo a sua volta diverge da quello di marzo ecc.
In tale eventualità il modello di Wilson diventa difficilmente applicabile, così che occorre ricercare altre procedure per il calcolo dell'EOQ.
Supponiamo di potere dividere il periodo T in N sottoperiodi di uguale ampiezza, t_n, e di conoscere i fabbisogni q_n per ogni t_n, n = 1, 2, ..., N.
Mentre i vari t_n sono tra loro uguali, le q_n possono essere tra loro differenti.
Se supponiamo che le quantità di ogni sottoperiodo non siano frazionabili, gli approvvigionamenti dovranno coprire necessariamente i fabbisogni di un dato sottoperiodo; di conseguenza, la quantità ottimale q = EOQ sarà pari alla somma di un dato numero j di fabbisogni periodici:

$$EOQ(j) = q = \sum_{n=1}^{j} q_n$$

La soluzione può essere individuata impiegando tecniche di programmazione dinamica; una tra le più semplici è il cosiddetto metodo del bilanciamento, la cui logica consiste nel "bilanciare", passo passo, il costo di ordinazione ed il costo di mantenimento.

Più in dettaglio, il metodo prevede di calcolare il costo complessivo di stoccaggio per lotti sempre più ampi che comprendono i fabbisogni cumulati. Il costo complessivo di stoccaggio ovviamente cresce all'aumentare del numero dei fabbisogni inclusi nel calcolo. Si ha convenienza a lanciare un ordine quando il costo di stoccaggio diventa superiore al costo di approvvigionamento.

Tale condizione si può scrivere come segue:

$$CS(j) = cs\left[\sum_{n=1}^{j}(n-1)q_n\right] > ca \qquad [30]$$

- q_n indica il fabbisogno del periodo t_n;
- ca è il costo di approvvigionamento, supposto costante per lotto;
- cs indica il costo di stoccaggio, supposto unitariamente fisso e proporzionale alla quantità approvvigionata (non alla giacenza media) e al numero di periodi di giacenza;
- j esprime il numero di periodi che devono essere coperti dall'ordine;
- CS(j) è il costo totale di stoccaggio per i fabbisogni indicati entro parentesi quadra della [30]; esso risulta pari alla somma dei costi di stoccaggio dei vari fabbisogni per il numero di periodi che vanno da quello a cui si riferisce il fabbisogno a quello in cui si effettua l'ordine (precedente).

Come si può notare, nella [30], ai fini del calcolo del costo di stoccaggio, viene ignorato il primo fabbisogno del periodo di riferimento (coefficiente: n - 1); ciò equivale a supporre che siano ininfluenti i costi di stoccaggio del fabbisogno di tale periodo.

È possibile anche abbandonare questa ipotesi, così come è possibile dimensionare i costi di conservazione al lotto medio.

Quando la [30] appare verificata, si pone:

$$EOQ(j) = \sum_{n=1}^{j} q_n \qquad [31]$$

Una volta individuato il primo lotto da ordinare, si applica di nuovo la [30] ponendo n = j e partendo dal periodo j + 1. Nella [30], entro le quadre, si sostituisce (n - 1) con (n - j).

Si reitera il procedimento fino a quando non si arriva alla copertura dell'intero fabbisogno degli N periodi.

Proprio perché il metodo del bilanciamento impone una comparazione dinamica tra costi di approvvigionamento e costi di conservazione, la soluzione trovata è senz'altro migliore di quella che si sarebbe potuta realizzare con acquisti attuati di periodo in periodo, oppure cumulando un qualsivoglia numero di fabbisogni periodici.

Per migliorare ulteriormente i risultati, si può però impiegare un altro metodo denominato "Look Back - Look Ahead" (sguardo indietro - sguardo avanti) che indicheremo con LB-LA.

Il metodo presuppone che siano stati già determinati gli EOQ con il metodo del bilanciamento e si propone di ricercare la più corretta data di emissione dell'ordine successivo in modo da evitare l'errore di posizionare ordini in periodi con fabbisogni limitati.

Per applicare il metodo si considera dapprima la disuguaglianza:

$$q_n (n - l) \leq q_n + 1 \quad \Rightarrow \text{ Sguardo Avanti} \qquad [32]$$

dove con q_n è stato indicato il fabbisogno del periodo n-esimo in cui il costo di mantenimento ha superato quello di ordinazione, così come determinato con il metodo del bilanciamento.

Il confronto viene fatto per valori crescenti di "n" fino a quando la disuguaglianza non risulta verificata.

I valori di q_n per i quali l'espressione è verificata vengono spostati nel lotto precedente e l'emissione del lotto successivo viene effettuata nel periodo (n + 1).

Tale conclusione si giustifica considerando che appare maggiormente conveniente tenere in stoccaggio a magazzino la quantità q_n per (n - 1) periodi piuttosto che la quantità $q_n + 1$ per un solo periodo.
Si può tuttavia incorrere nell'opposto pericolo di quantificare lotti di dimensione troppo elevata; per evitarlo, occorre verificare preventivamente la disuguaglianza:

$$q_n(n-1) < \frac{ca}{cs}$$

Se la disuguaglianza:

$$q_n(n - 1) \leq q_n + 1 \quad \Rightarrow \text{Sguardo Avanti} \qquad [33]$$

non risulta verificata già per il primo valore di n, viene eseguita anche la funzione "sguardo indietro" che esamina la disuguaglianza:

$$2\, q_n \leq q_{n-1} \quad \Rightarrow \text{Sguardo Indietro} \qquad [34]$$

Se l'espressione è verificata, il lotto successivo viene anticipato nel periodo (n - 1). L'esempio numerico che segue consentirà di percepire i dettagli applicativi dei metodi descritti.

19. Il metodo "LB-LA": un esempio numerico

L'impresa ZETA, produttrice di grandi commesse, ha fabbisogni di componenti la cui dinamica è strettamente connessa ai processi produttivi programmati e risulta quindi facilmente prevedibile.

I fabbisogni mensili, per il prossimo anno, sono quantificati come indicato nel prospetto che segue:

periodi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
fabbisogni	50	15	25	10	10	70	25	15	0	40	10	20

Per 1 costi di approvvigionamento si ha ca = 100; per i costi di stoccaggio per unità di prodotto in scorta si ha cs = 1.
Applicando la [30] determiniamo i costi di stoccaggio per lotti sempre più ampi, con esclusione del primo della serie.

Per j = 2 si ha:
$CS(2) = 1\,[(0 \times 50) + ((2 - 1) \times 15)] = 15 < ca = 100$

Per j = 3:
$CS(3) = 1\,[(0 \times 50) + ((2 - 1) \times 15) + ((3 - 1) \times 25)] =$
$= 65 < ca = 100$

Per j = 4:
$CS(4) = 1\,[(0 \times 50) + ((2 - 1) \times 15) + ((3 - 1) \times 25) +$
$+ ((4 - 1) \times 10)] = 95 < ca = 100$

Per j = 5:
$CS(5) = 1\,[(0 \times 50) + ((2 - 1) \times 15) + ((3 - 1) \times 25) +$
$+ ((4 - 1) \times 10) + ((5 - 1) \times 10)] = 135 > ca$

Cumulando in un unico approvvigionamento i fabbisogni dei primi 5 mesi, il costo dello stoccaggio arriva a superare quello di approvvigionamento.

Osservando la tabella dei fabbisogni si deduce che conviene, pertanto, attuare il lancio dell'ordine di un lotto di 100 unità in grado di soddisfare il fabbisogno dei primi 4 periodi.

Dalla [31] si ottiene, infatti:

$$EOQ(4) = 50 + 15 + 25 + 10 = 100$$

Si reitera allora il metodo ponendo n = 5, cioè considerando quale primo tentativo il fabbisogno del periodo 5. È sufficiente allora modificare la [30] come segue:

$$CS(j) = cs\left[\sum_{n=5}^{j}(n-5)q_n\right] > ca \qquad [35]$$

Applichiamo ora la [35] per successivi valori di "j".

Per j = 6:
CS(6) = 1 [(0 × 10) + ((6 - 5) × 70)] = 70 < ca = = 100

Per j = 7:
CS(7) = 1 [(0 × 10) + ((6 - 5) × 70) + ((7 - 5) × 25)] = = 120 > ca = 100

CS(11) = 1 [(0 × 40) + ((11 - 10) × 10)] = 10 < ca = 100

Pe j = 12, infine:
CS(12) = 1 [(0 × 40) + ((11 - 10) × 10) + ((12 - 10) × × 20)] = 50 < ca

Il quarto ordine viene lanciato nel periodo 10 e sarà:

EOQ(4) = 40 +10 + 20 = 70 pezzi

La distribuzione finale degli ordini sarà quindi la seguente:

periodi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
fabbisogni	50	15	25	10	10	70	25	15	0	40	10	20
Ordini ad inizio periodo	100				80		40			70		

Il secondo ordine comprenderà i fabbisogni del periodo 5 e 6 e la quantità sarà pertanto:

EOQ(6) = 10 + 70 = 80 unità

Ora poniamo n = 7 e modifichiamo la [35] per tenerne conto; otteniamo:

$$CS(j) = cs\left[\sum_{n=7}^{j}(n-7)q_n\right] > ca \qquad [36]$$

Continuando le iterazioni calcoliamo, con la [36] i nuovi valori.

Per j = 8:
CS(8) = 1 [(0 × 25) + ((8 - 7) × 15)] = 15 < ca = 100

Per j = 10 (per j = 9 il fabbisogno è nullo e si otterrebbe lo stesso risultato precedente):

CS(10)=1 [(0×25)+((8-7)×15)+((10 - 7)×40)] = 135>ca

Il terzo ordine posizionato nel periodo 7 sarà di:

EOQ(7) = 25 + 14 = 40 unità

Per j = 11, dopo avere opportunamente modificato la [36], otteniamo:

Attuando il lancio di ordini pari ai lotti precedentemente calcolati, otterremo i seguenti risultati:

– costo complessivo di approvvigionamento per 4 lotti:

CA = 100 × 4 = 400

– costo complessivo di stoccaggio per i 4 lotti, calcolati con le formule CS(j):

CS = 95 + 70 + 15 + 50 = 230

– costo totale:

CT = CA + CS = 400 + 230 = 630

A questa soluzione applichiamo ora il metodo LB-LA. Osserviamo subito che il secondo ordine risulta posizionato nel periodo 5.

Consideriamo l'espressione [32] dello Sguardo Avanti:

$$q_5 \times (n - 1) = 10 \times (5 - 1) = 40 < q_6 = 70$$

Poiché la disuguaglianza è verificata, dobbiamo considerare anche l'espressione [33]:

$$(n-1) \times q_5 < ca/cs \text{ da cui: } 40 < 100$$

Il secondo lotto viene quindi spostato nel periodo 6 e la quantità del primo diviene di 110 pezzi:

periodi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
fabbisogni	50	15	25	10	10	70	25	15	0	40	10	20
Ordini ad inizio periodo	110					?						

Ripetiamo l'analisi ponendo n = 6:

$$(n-1) \times q_6 = 5 \times 70 = 350 > q_7 = 25$$

Poiché lo Sguardo Avanti non verifica la disuguaglianza, il secondo lotto rimane posizionato nel periodo 6.

periodi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
fabbisogni	50	15	25	10	10	70	25	15	0	40	10	20
Ordini ad inizio periodo	110					110				?		

A questo punto per determinare la quantità del secondo ordine si deve applicare nuovamente la tecnica del bilanciamento ponendo n = 6 e j = 7.

Per $j = 7$:
$CS(7) = 1\,[(70 \times 0) + (25 \times (7-6))] = 25 < ca = 100$
Per $j = 8$:
$CS(8) = 1\,[(70 \times 0) + (25 \times (7-6)) + (15 \times (8-6))] =$
$= 55 < ca = 100$

Per $j = 10$:
$CS(10) = 1\,[(70 \times 0) + (25 \times (7-6)) + (15 \times (8-6)) +$
$+ (40 \times (10-6))] = 215 > 100$

Il secondo lotto sarà di 110 pezzi e comprenderà i fabbisogni dei periodi 6, 7, 8 e 9.

Il terzo sarà posizionato nel periodo 10. Verifichiamo la posizione del terzo lotto applicando la [32] dello Sguardo Avanti:

$$q_{10} \times (n-1) = 40 \times 9 = 360 < q_{11} = 10$$

La condizione non è verificata. Operiamo ora lo Sguardo Indietro, applicando la [34]:

$$2 \times q_{10} \times = 2 \times 40 = 80 \leq q_9 = 0$$

La condizione non è verificata. Il lotto di 70 unità sarà acquistato all'inizio del periodo 10.

La distribuzione finale degli ordini sarà, pertanto:

periodi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
fabbisogni	50	15	25	10	10	70	25	15	0	40	10	20
Ordini ad inizio periodo	110					110				70		

Il costo totale risultante sarà:

$$CT = CA + CS = (3 \times 100) + 240 = 540$$

Si noti che il costo totale è sensibilmente inferiore a quello ottenuto precedentemente, che ammontava a 630.

Note

1) *Si determina e si annulla la derivata prima di CT rispetto a "q":*

$$CT' = -caQ\frac{1}{q^2} + \frac{1}{2}cs \times T = 0$$

da cui:

$$q^2 = \frac{2\,ca}{cs} \times \frac{Q}{T}$$

e, quindi, l'espressione di EOQ, considerando unicamente i valori posi-

tivi di q. Poiché la derivata seconda è sempre positiva per ogni valore di q, l'EOQ rappresenta un valore minimo.

2) *Tale soluzione si sarebbe potuta ottenere direttamente come punto di intersezione tra la curva CA e la curva CS come mostrate nella Fig. 7.*
3) *Come al solito, calcoliamo la derivata prima di CT e annulliamola; calcoliamo poi il valore di q dall'equazione risultante, avendo riguardo di scegliere i valori q > 0:*

$$CT' = -ca\,Q\frac{1}{q^2} + \frac{1}{2}cs \times T - a\,Q$$

da cui:

$$q^2 = \frac{2\,ca\,Q}{cs\,T - 2\,a\,Q}$$

Il problema ammette soluzioni reali se:

$$cs\,T - 2\,a\,Q > 0$$

cioè se:

$$a < \frac{cs\,T}{2\,Q}$$

Tale condizione ha un evidente significato: se il fattore di sconto, a, risulta troppo elevato, l'impresa ha sempre la convenienza a spingere gli approvvigionamenti fino a coprire l'intero fabbisogno, Q.

4) *Deriviamo CT rispetto a q e calcoliamo il valore di q che rende nulla la derivata prima:*

$$CQ' = \left[-ca\,Q\frac{1}{q^2} + \frac{1}{2}cs \times cp \times T\right]$$

da cui:

$$q^2 = \frac{2\,ca}{cp\,cs\,T} \times Q$$

essendo (cp cs T) > 0.

Essendo ammissibili solo valori q>0, e poiché la derivata seconda di CQ, rispetto a q è sempre positiva, l'EOQ rappresenta un valore di minimo.

Bibliografia

Arsham H. (2006), Economic Order Quantity and Economic Production Quantity Models for Inventory Management, http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/otherapplets/Inventory.htm

De Witt G. (1995), La gestione delle scorte: guida operativa per migliorare la produttività delle scorte e dei magazzini, Franco Angeli, Milano.

Di Cristofano G. (1990), Il controllo delle scorte in azienda, Gruppo Fabbri, Bompiani, Sonzogno, Etas S.p.a.

Francavilla F. (1988), Esercizi ed applicazioni di Ricerca Operativa, Clued, Pavia.

Mella P. (1992), Economia Aziendale, Utet, Torino.

Mella P. (1997), Controllo di Gestione, Utet, Torino.

Mella P. (2004), Il controllo della qualità, Budget, 2004/39, IFAF, Milano, 67-91.

Tinarelli Urgeletti G. (1992), La gestione delle scorte nelle imprese commerciali e di produzione, ETAS libri, Milano.

Waters C.D. (1992), Inventory control and management, Wiley, Chichester.

Woolsey R., Maurer R. (2005), Inventory Control, Lionheart Publishing, Inc., Marietta, USA.

Zermati P. (1985), Gestione pratica delle scorte, Tecniche Nuove, Milano.