

LA DURATA OTTIMALE DI UN IMPIANTO INDUSTRIALE

Un semplice modello di calcolo

Piero Mella

IL PROBLEMA DEL RINNOVO DEGLI IMPIANTI PRODUTTIVI

Si può definire come problema del rinnovo degli impianti quello della determinazione della durata ottimale di un impianto produttivo o, in termini equivalenti, della ricerca dell'anno ottimale di dismissione o di sostituzione, di un impianto produttivo; con il termine di impianto produttivo intendiamo riferirci a un complesso unitario di macchinari, con le dotazioni di impianti di supporto e di attrezzature, in grado di ottenere produzioni vendibili o comunque valutabili. L'utilizzo di un impianto produttivo, allora, procura all'impresa costi di esercizio e consente all'impresa di ottenere ricavi di vendita delle produzioni o, comunque, di ottenere produzioni opportunamente valutabili.

Il problema del rinnovo degli impianti appare perciò come uno dei più sentiti nelle imprese industriali e uno dei più delicati; la lunghezza del periodo di utilizzo di un impianto, infatti, condiziona sia il costo dei prodotti sia il volume dei ricavi ottenibili sia, infine, l'entità del valore di recupero. La durata di vita economica di un impianto produttivo non dipende solo dal logorio fisico dell'impianto, ma anche dalla velocità con la quale si manifesta il superamento tecnico da parte di altri impianti; è un fenomeno

provocato dall'aumento dei rendimenti degli impianti costruiti successivamente sulla base di più elevati livelli tecnologici. Il problema del calcolo della durata ottimale prevista della vita economicamente utile degli impianti, allora, dipende non solo dalla dinamica dei costi di esercizio e dei ricavi ottenibili con l'impianto in funzione, ma anche dalla dinamica dei costi e dei ricavi degli impianti nuovi con i quali questo potrebbe essere sostituito.

Le ricerche volte a definire una teoria del rinnovo degli impianti sono state iniziate da Taylor e da Hotelling e sono state poi sviluppate da Preinreich, Terborgh, Smith, Massè Lesourne e altri; anche in Italia, dagli anni sessanta, gli studi si svilupparono a opera di Argenziano e di Levi e oggi la letteratura sull'argomento è copiosa. In questo articolo mi propongo di indicare le più semplici linee di sviluppo del ragionamento connesso alla teoria del rinnovo degli impianti.

LA TEORIA DEL RINNOVO DEGLI IMPIANTI.

LA FORMULAZIONE PIÙ SEMPLICE

Per la determinazione del periodo ottimale di rinnovo sono stati elaborati modelli teorici, spesso sofisticati, che pongono a confronto i ricavi e i costi previsti afferenti a un dato impianto con quelli di altri impianti, nell'ambito di

un'ipotizzata futura catena di rinnovi. Il periodo ottimale di utilizzo è quello al di là del quale i margini aggiuntivi ottenuti dall'ulteriore utilizzo dell'impianto risultano inferiori a quelli derivanti dall'impiego di un impianto sostitutivo.

Nelle sue prime e più semplici formulazioni, la teoria del rinnovo degli impianti considera, innanzitutto, un impianto singolo e osserva che protraendosi nel tempo il suo periodo di utilizzo si producono fenomeni economici sfavorevoli e favorevoli.

Fenomeni sfavorevoli:

a) Si accentua il logorio fisico; ciò provoca un incremento di costi di funzionamento dovuti a:

- 1) aumento dei costi di manutenzione e di riparazione;
- 2) aumento dei costi di energia;
- 3) riduzione dell'efficienza, con aumento degli scarti;

4) abbassamento della capacità produttiva massima con riduzione possibile dei rendimenti del lavoro e del capitale.

b) Si riduce il valore residuo di eliminazione.

c) Può aumentare il costo di acquisto degli impianti nuovi richiesti per il rinnovo.

d) Può ridursi la qualità delle produzioni e quindi la loro competitività nei confronti di imprese che producono con impianti moderni ed efficienti.

Fenomeni favorevoli:

e) Si riduce l'incidenza del costo dell'impianto per unità di prodotto, in quanto il valore ammortizzato si ripartisce su un volume sempre crescente di produzione.

f) Si riduce l'incidenza degli oneri finanziari, in quanto tramite il cash-flow liberato dall'ammortamento si possono rimborsare i finanziamenti richiesti per l'acquisto dell'impianto.

Se si traducono tutti i fattori negativi e positivi in termini di costi (i minori ricavi sono

considerati costi), allora è possibile tracciare la curva dei costi unitari in funzione del periodo di utilizzazione come indicato nella figura 1.

La curva *a* rappresenta i costi unitari crescenti dovuti al peggioramento delle condizioni di utilizzo dell'impianto. La curva *b* indica invece la dinamica dei costi unitari decrescenti per ridotta incidenza del costo dell'impianto sul prodotto. La curva *c*, risultante dalla somma della *a* e della *b*, esprime la dinamica del costo unitario complessivo. Da ciò appare immediato pervenire alla conclusione che se la curva *c* ha un punto di minimo, allora la durata ottimale dell'impianto è quella in corrispondenza della quale si manifestano i costi unitari minimi dell'impianto in funzione.

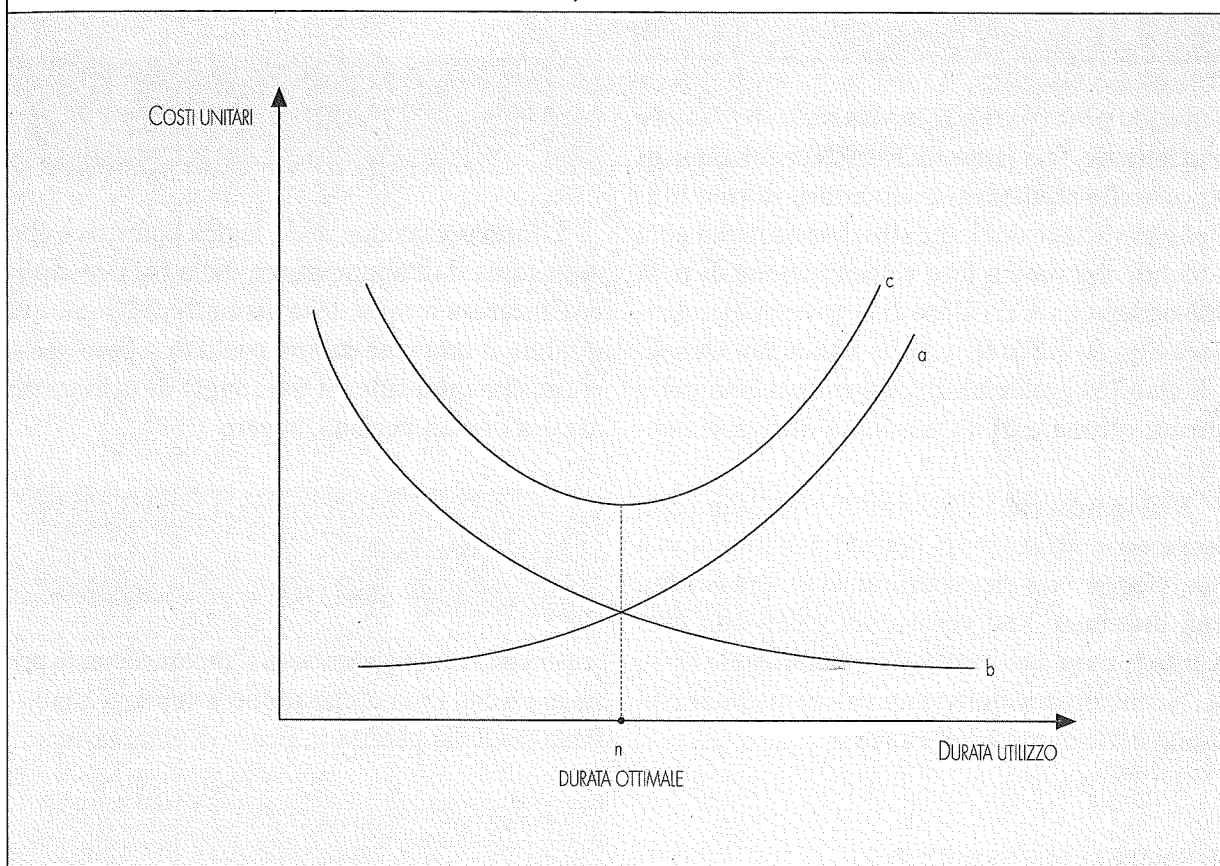
UNA SEMPLIFICAZIONE: IL RISULTATO ECONOMICO ATTUALIZZATO RELATIVO ALL'IMPIANTO

Il ragionamento precedente può essere affrontato in termini ancora più semplici introducendo esplicitamente sia i costi di esercizio dell'impianto sia i ricavi di vendita che si possono conseguire dal suo utilizzo, nonché il ricavo di eliminazione recuperabile all'atto della eliminazione.

L'impianto produttivo è allora osservato come un investimento, vale a dire come un'unità economica che, richiedendo un investimento iniziale per l'acquisto, consente di ottenere ricavi di vendita cui si associano costi di esercizio. In quanto unità economica, è possibile determinare un risultato economico derivante dalla "gestione" dell'impianto.

Da un punto di vista matematico, il problema può essere così formulato: si ipotizzi di voler determinare la durata ottimale di un impianto produttivo, avente costo d'acquisto C , nell'ipotesi semplificatrice che sia possibile associare a esso dei ricavi annui, $r(n)$, per ogni anno di utilizzazione, nonché costi di esercizio, $c(n)$, tutti espressi, se lo si ritiene opportuno, in modulo monetario che abbia un potere d'ac-

FIGURA 1 DINAMICA DEI COSTI UNITARI DI UN IMPIANTO IN FUNZIONE DEL PERIODO DI UTILIZZO



quisto costante. I valori $r(n)$ e $c(n)$ possono essere variamente interpretati; i primi possono essere i ricavi o il valore aggiunto o i “margini lordi delle produzioni” che l’impianto concorre a ottenere, o la quota di tali margini attribuita con congettura all’impianto se opera congiuntamente ad altri; i $c(n)$ possono essere, ad esempio, i costi per materie e lavoro diretto, energie e servizi necessari per l’esercizio dell’impianto. Per semplificare ulteriormente, indichiamo con $m(n) = r(n) - c(n)$ il “margine annuo” connesso all’impiego dell’impianto, con l’ipotesi che $m(n) > 0$ almeno per i primi periodi di utilizzazione; cioè che, per i primi anni, $r(n) > c(n)$.

Assumiamo che il “ricavo di eliminazione” dell’impianto sia variabile in funzione dell’anno di dismissione e designamo con $E(n)$ tale funzione, ipotizzando che presenti andamento non crescente. Possiamo allora determinare il risultato economico complessivo dell’impianto

inteso come differenza tra la somma dei margini, cui si aggiunge il ricavo di eliminazione, e il costo di acquisto dell’impianto, ovviamente dopo avere calcolato i valori attuali di tutte le poste allo scopo di renderle omogenee finanziariamente.

Indicando con i un tasso di capitalizzazione convenientemente scelto, pari per esempio al costo esplicito del capitale o a un tasso di rendimento minimo accettabile per quell’investimento, il problema formalmente si risolve ricercando la durata n , alla quale è massimo il risultato economico attualizzato (REA) fornito dall’espressione:

$$REA(N) = -C + \sum m(n) v^n + E(N) v^N \quad [1]$$

essendo

$$v = 1/(1+i) \quad [2]$$

e avendo posto pari a N la vita utile del fattore pluriennale. Ovviamente $REA(N)$ è funzione di N , cosicché studiando la dinamica di tale funzione al variare di N , quindi al variare dei suoi addendi che sono a loro volta funzione di n , si può determinare il valore di N' in corrispondenza del quale $REA(N')$ risulta massimo. Questo è il classico problema di determinazione della durata ottimale di un impianto dismesso senza rinnovo.

Nell'ipotesi che i costi annui, $c(n)$, siano non decrescenti all'aumento dell'età dell'impianto e che, viceversa, i ricavi annui, $r(n)$, presentino una dinamica non crescente, come non crescente è, in ipotesi restrittiva, la funzione $E(n)$, la [1] ammetterà almeno un valore ottimale che si può determinare con calcolo.

IL CALCOLO DEL RENDIMENTO SUPPLETIVO ANNUO

Un procedimento alternativo, ma equivalente, consiste nella determinazione del cosiddetto "rendimento suppletivo annuo" $\Delta REA(n)$, dell'impianto, definito come l'incremento subito da $REA(n)$ mantenendo in esercizio il fattore pluriennale ancora per un anno, dopo l'esercizio di n anni. Poiché $\Delta REA(n)$ ha la seguente configurazione:

$$\Delta REA(n) = REA(n+1) - REA(n) \quad [3]$$

sostituendo i valori di REA , ricordando la [1], si ottiene:

$$\Delta REA(n) = m(n+1) - [E(n) - E(n+1)] - E(n). \quad [4]$$

L'epoca ottimale di dismissione dell'impianto è quella nella quale, per la prima volta:

$$\Delta REA(n) \leq 0.$$

L'interpretazione della logica operativa che si desume dall'applicazione della [4] è semplice e interessante: si deve dismettere l'impianto quando il margine annuo positivo a esso associato, che quantifica il vantaggio di utilizzarlo ancora per un periodo, ovvero

$$m(n+1) = r(n+1) - c(n+1), \quad [5]$$

supera gli svantaggi connessi al prolungamento per un anno della sua utilizzazione; svantaggi quantificati sia dalla perdita in ricavo di eliminazione:

$$E(n) - E(n+1),$$

sia dalla perdita di interessi sul ricavo di eliminazione che sarebbero maturati se esso fosse stato conseguito l'anno precedente:

$$E(n) \cdot i.$$

UN ESEMPIO NUMERICO

Le procedure di scelta fondate sull'impiego della [1] e della [4] sono rese evidenti dall'esempio esposto nella tavola 1, in cui è prevista la determinazione della durata ottimale di un impianto da dismettersi senza rinnovo; i calcoli finanziari sono basati su un tasso di attualizzazione del 10% scelto, arbitrariamente, insieme agli altri dati, al solo fine di illustrare lo svolgimento dei calcoli.

TAVOLA 1 CALCOLO DELLA DURATA OTTIMALE DI UN IMPIANTO DISMESSO SENZA RINNOVO

A. DATI				
ANNI DI VITA UTILE n (1)	RICAVI ATTRIBUIBILI ALL'IMPIANTO r_n (2)	COSTI D'ESERCIZIO ATTRIBUIBILI c_n (3)	MARGINI DEL SOLO IMPIANTO $m_n = r_n - c_n$ (4)	RICAVI PREVISTI DI ELIMINAZIONE $E(n)$ (5)
1	1.000	400	600	900
2	900	400	500	800
3	900	500	400	700
4	900	500	400	600
5	800	600	200	500
6	800	600	200	400
7	700	600	100	300
8	700	700	-	200
9	400	800	-400	100
10	300	800	-500	-
...

COSTO D'ACQUISTO = 1.000; $i = 0,10$.

B. CALCOLO DEL RISULTATO ECONOMICO ATTUALIZZATO

ANNI (1)	$vn = (1 + i)^{-n}$ (6)	$m_n v^n$ (7) = (4) x (6)	$\sum_{h=1}^n m_h v^h$ (8)	$E(n) \times v^n$ (9) = (5) x (6)	$REA(n) = \text{SI VEDA LA [4] DEL TESTO}$ $-1.000 + (8) + (9) = (10)$
1	0,9090909	545	545	818	363
2	0,8264462	413	958	661	619
3	0,7513148	301	1.259	526	781
4	0,6830134	273	1.532	410	942
5	0,6209213	124	1.656	310	966
6*	0,5644739	113	1.769	226	995 MAX
7	0,5131581	51	1.820	154	974
8	0,4665075	-	1.820	93	913
9	0,4240977	-170	1.650	42	692
10	0,3855434	-193	1.457	-	457
...

POICHÉ IL MAXN $REA(n) = 995$, SI CONSEGUE CHE PER $N = 6$, L'IMPIANTO DEVE ESSERE SOSTITUITO AL SESTO ANNO DI FUNZIONAMENTO.

C. CALCOLO DEL RENDIMENTO SUPPLETIVO ANNUO

ANNI (1)	m_{n+1} (2)	$E(n) - E(n + 1)$ (3)	$E(n)i$ (4)	$\Delta REA(n) = \text{SI VEDA LA [7] DEL TESTO}$ (5)
1	500	100	90	310
2	400	100	80	220
3	400	100	70	230
4	200	100	60	40
5	200	100	50	50
6*	100	100	40	-40 PRIMO VALORE NEGATIVO
7	-	100	30	-130
8	-400	100	20	-520
9	-500	100	10	-
10

POICHÉ IL PRIMO VALORE NEGATIVO DEL $\Delta REA(n)$ È -40, E SI MANIFESTA AL SESTO ANNO, L'IMPIANTO DEVE ESSERE DISMESSO A TALE DATA.

Se l'applicazione della [1] risulta in pratica difficoltosa, poiché gli elementi previsionali devono essere predeterminati con un anticipo troppo ampio, tale da vanificare spesso ogni significatività dei dati, l'impiego della [4] risulta meno arduo nell'ipotesi di dinamica dei valori, richiedendo unicamente previsioni annue.

I problemi principali che nascono per l'applicazione sia della [1] sia della [4], tuttavia, non sono tanto di natura formale, quanto di natura sostanziale; si concretizzano nella logica difficoltà, se non nell'impossibilità, di determinare nelle concrete economie d'impresa gli elementi che entrano nel modello.

LA CATENA INFINITA DEI RINNOVI

Se l'impianto deve essere rinnovato, cioè se non viene semplicemente dismesso ma deve essere sostituito con un altro per garantire la continuità dei processi produttivi, allora la soluzione determinata in precedenza non può essere considerata valida.

Se si introduce l'ipotesi che l'impianto al termine della sua vita debba essere sostituito con altro identico o più avanzato tecnologicamente e che, a sua volta, quello dismesso abbia sostituito un precedente impianto, allora il problema non può essere risolto se non considerando la catena dei rinnovi di cui l'impianto costituisce elemento. La valutazione della convenienza alla dismissione dell'impianto all'anno $(N + 1)$, piuttosto che all'anno (N) , dipenderebbe, in questa eventualità, non solo dai vantaggi guadagnati dal protrarsi dell'utilizzo per quell'anno, ma anche dai vantaggi perduti per la rinuncia a iniziare l'utilizzazione di un impianto nuovo più efficiente e in grado di migliorare la redditività dell'impresa.

La teoria del rinnovo degli impianti fornisce soluzioni formali anche per tali casi, pur accogliendo inevitabilmente ipotesi semplificatrici la cui validità deve essere valutata di volta in volta. Il concetto di "catena di rinnovi" è stato

introdotto da Preinreich: supposta l'esistenza di un progresso tecnico continuo che migliora progressivamente i rendimenti degli impianti nuovi, non è più sufficiente determinare l'epoca ottimale di sostituzione dell'impianto $I(1)$, ma quello della catena formata da $I(1)$ e da $I(2)$ che lo sostituisce. Ma il risultato economico attualizzato della catena $I(1) - I(2)$ dipende anche dai costi e dai ricavi afferenti a $I(3)$, che a loro volta dipendono dalla durata di utilizzo di $I(1)$ e di $I(2)$. Occorre pertanto estendere l'analisi alla catena formata da $I(1) - I(2) - I(3)$.

Il ragionamento però deve essere esteso in avanti nel tempo fino a comprendere l'impianto $I(4)$, $I(5)$ e così via, arrivando alla nozione di "catena infinita di rinnovi" in relazione a cui non è più possibile parlare di durata ottimale di ciascun impianto, quanto piuttosto di politica ottimale di sostituzione degli impianti della catena.

La soluzione analitica di tale problema dipende dalla capacità dell'operatore di prevedere il tasso di progresso tecnico che porta a incrementi dei margini ottenibili da un dato impianto rispetto a quelli ottenibili dal precedente. Ma la dinamica dei margini dipende da quella dei costi di esercizio e dei ricavi di vendita; per determinare il risultato economico attualizzato della catena occorre anche conoscere sia i tassi di incremento dell'investimento necessario per acquistare ciascun nuovo impianto, sia il tasso di decremento del valore residuo di eliminazione di ciascun vecchio impianto. Tali informazioni tuttavia non sono di norma possedute; pertanto, senza l'introduzione di ipotesi semplificatrici, la soluzione teorica non può essere trovata.

L'ACCORCIAMENTO DELLA DURATA OTTIMALE IN CASO DI CATENA DI RINNOVI

È dimostrabile che, in ipotesi di una catena di rinnovi, di norma la durata di vita economicamente utile $T(i)$ dell'investimento i -esimo è inferiore a $T(i - 1)$ e superiore a $T(i + 1)$.

In altri termini, se si esamina il problema del rinnovo di un impianto facente parte di una catena di rinnovi, si determina un periodo di vita utile inferiore a quello che si sarebbe determinato considerando l'impianto come investimento isolato.

Per dimostrarlo consideriamo il caso più semplice di una catena costituita da K investimenti tutti supposti con le stesse caratteristiche, vale a dire con gli stessi costi iniziali e con gli stessi margini e ricavi di eliminazione. Indichiamo con R(I) il risultato economico attualizzato dell'investimento i-esimo; allora, per l'investimento I(1) risulta, ricordando la [1]:

$$R(1) = -C + \sum_{n=1}^N m(n) v^n + E(N) v^N$$

Se consideriamo K rinnovi tutti alle stesse condizioni, allora il REA dei K investimenti congiuntamente considerati, R(TOT) riferito all'istante in cui inizia l'intera catena, sarà:

$$R(TOT) = R(1) v^N + R(2) v^{2N} + \dots + R(K) v^{KN} \quad [6]$$

Ma essendo tutti gli investimenti uguali, risulta che:

$$R(1) = R(2) = \dots = R(K) = R$$

e la [6] di conseguenza diventa:

$$R(TOT) = R(1) v^N + R v^{2N} + \dots + R v^{KN} = R \frac{1 - v^{KN}}{1 - v^N} \quad [7]$$

Se supponiamo che la catena di rinnovi sia infinita, allora la [7] diventa:

$$R(TOT) = R \frac{1}{1 - v^N} \quad [8]$$

Cercare la durata ottimale del primo investimento significa ricercare per quale N la [8] ammetta un massimo. Si osserva immediatamente che al secondo membro della [8] R risulta moltiplicato per un fattore minore di 1 e pertanto il valore di N che ottimizza la [8] sarà minore di quello che ottimizza la [2]. Si può quindi concludere che la durata ottimale di un impianto, considerato quale primo anello di una catena di rinnovi infiniti, supposti alle stesse condizioni, è minore di quella che si determinerebbe in ipotesi di impianto singolo. Ad analoga conclusione si può pervenire anche in ipotesi di catena di rinnovi formata da un numero finito di sostituzioni alle stesse condizioni.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

Argenziano R., *Il rinnovo degli impianti*, Giuffrè, Milano 1963.
 Hinterhuber G., *La politica degli investimenti nelle imprese*, Vita e Pensiero, Milano 1965.
 Hotelling H., "A General Mathematical Theory of Depreciation", in *Jasa*.
 Levi E., *La scelta degli investimenti*, Boringhieri, Torino 1967.
 Massè P., *La scelta degli investimenti*, Etas, Milano 1965.
 Ranalli F., *Ammortamento e rinnovo degli impianti nel bilancio di esercizio*, Cedam, Padova 1988.
 Taylor J. S., "A Statistical Theory of Depreciation", in *Jasa*.
 Terborg G., *Dynamic Equipment Policy*, New York 1949.
 Terborg G., *Business Investment Policy*, Mapi, 1958.