

La break even analysis

Lezione n. 9

Piero Mella

In questa lezione affrontiamo un problema molto importante per il calcolo economico, per le decisioni e per il controllo di gestione: il problema di correlare i costi e i ricavi di *una data* produzione per quantità variabili di produzione.

La ricerca delle correlazioni tra ricavo e costi per un dato prodotto è oggetto di studio della break even analysis; i risultati conseguiti relativamente a un solo prodotto saranno successivamente estesi al caso di produzioni multiple nell'ambito della contabilità analitica.

Le funzioni di risultato, di ricavo e di costo al variare della produzione

Nelle precedenti lezioni abbiamo studiato come si sviluppa il processo di calcolo dei costi di produzione per oggetti di costo di qualsiasi specie o natura. In questa lezione affrontiamo il problema della correlazione tra ricavi e costi quando tali parametri non sono calcolati ex post ma sono considerati funzioni della quantità prodotta. Per non rendere complicata la scrittura delle espressioni matematiche, indichiamo con RO il Risultato Operativo conseguibile dalla vendita di una data produzione ottenibile in un dato processo nel volume Q' e con $C(Q')$ e $R(Q')$ i costi e i ricavi relativi alla quantità Q' .

Il reddito operativo si può scrivere allora quale differenza tra i ricavi e i costi:

$$RO(Q') = R(Q') - C(Q') \quad [1]$$

che definisce il risultato ottenuto dalla produzione e dalla vendita della quantità Q' di produzione (il segno ' indica che ci si riferisce a una quantità ben determinata di prodotto). Per il controllo di gestione e, in genere, per le decisioni che riguardano le produzioni d'impresa – cioè per il calcolo economico – è necessario determinare il reddito operativo $RO(Q)$ non per *un solo* volume di produzione *previsto*, ma per *ogni volume* di quantità da produrre; Q non è, perciò, una quantità fissa, un "parametro", ma una "variabile".

Un'impresa automobilistica, per esempio, può ricercare quale sia il risultato per la produzione e la vendita di 10.000 auto Y4, in questo caso $Q' = 10.000$; oppure, può ricercare il risultato per la produzione e la vendita di 100 autovetture, o di 200, o di 1.000 o di 2.000 o di 10.000 o di 20.000 e così via. Questa nuova forma del calcolo economico può essere semplicemente formalizzata considerando la quantità di produzione, Q , come una *variabile* e ricercando il risultato RO ottenibile per ogni suo valore.

Scriviamo $R(Q)$ e $C(Q)$ per indicare la *funzione dei ricavi* e *dei costi*, cioè i valori che R e C assumono al variare della quantità Q . Se fossero note $R(Q)$ e $C(Q)$, sarebbe agevole calcolare $RO(Q)$ essendo:

$$RO(Q) = R(Q) - C(Q) \quad [2]$$

La [2] si denomina *funzione del risultato operativo della produzione* al variare di Q . Tale forma di calcolo economico rientra nell'ampia classe delle *analisi costi-benefici* che si propone di indicare i limiti alla convenienza di date produzioni tenendo conto della dinamica dei costi, dei ricavi e dei risultati che da essa derivano.

La tecnica per calcolare i risultati operativi per differenti volumi di produzione si denomina anche *break even analysis (BEA)*, e si sviluppa specificando l'andamento dei costi e dei ricavi al variare della quantità prodotta per determinare, per ciascun livello di produzione, il risultato operativo. La BEA presuppone la possibilità di specificare le *funzioni di risultato economico* derivandole dalle *funzioni di costo e di ricavo*.

Il primo risultato che si può ottenere dalla BEA è quello di individuare il *livello minimo di produzione* da ottenere per non avere *perdita economica* (indipendentemente dagli ulteriori costi finanziari e dai componenti di reddito non tipici); vale a dire, individuare il livello di Q al quale risulta pari a zero il risultato operativo. Tale valore di Q si definisce *livello produttivo di equilibrio* e si indica con QE .

Tale quantità si definisce anche *punto di pareggio*, in quanto rappresenta il volume di quantità da produrre e da vendere affinché si abbia equilibrio (pareggio) tra i ricavi di vendita e i costi di produzione. QE si definisce anche *break even point (BEP)*, cioè il "punto di rottura dell'equilibrio" tra i ricavi e i costi.

La tecnica utilizzata dal calcolo economico per analizzare come vari il risultato economico in funzione dei volumi produttivi, cioè la tecnica per costruire operativamente la [2] specificando le funzioni di costo e di ricavo che la compongono, si denomina *analisi profitto - volume produttivo* (o *P/V analysis*) nella quale rientra l'*analisi del punto di equilibrio del BEA*.

La BEA in forma tradizionale si fonda sull'*ipotesi fondamentale* che i ricavi e i costi variano *linearmente* al variare dei volumi di quantità prodotta e venduta Q . Ciò significa che tanto i costi di produzione quanto i ricavi di vendita sono direttamente proporzionali alle quantità prodotte e vendute. Da un punto di vista grafico, ciò equivale a osservare che tanto la funzione dei ricavi, $R(Q)$, quanto quella dei costi, $C(Q)$, hanno un andamento graficamente rappresentabile con una retta; abbandonando questa ipotesi la BEA può ancora essere applicata, ma in una *forma non lineare*.

Sulla base di questa ipotesi, la funzione dei ricavi, nella sua forma più semplice, si può scrivere:

$$R(Q) = p \times Q \quad [3]$$

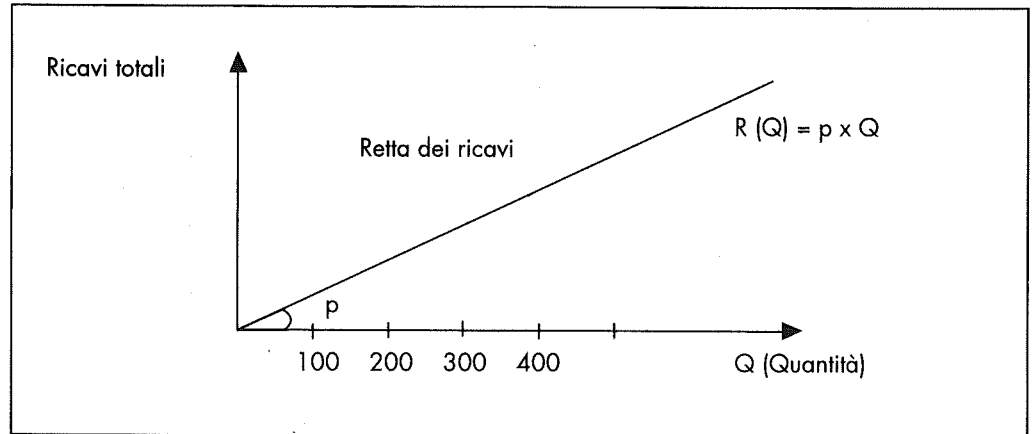
[3] indica che i ricavi complessivi determinano dal prodotto della quantità venduta Q per il prezzo p ; ciò presuppone che il prezzo sia costante per *qualsunque volume di vendita*.

Il punto di equilibrio (BEP) e la P/V analysis

L'ipotesi fondamentale di linearità. Le funzioni $R(Q)$ e $C(Q)$ e l'analisi dei costi

La [3] può essere rappresentata su un sistema di assi cartesiani con una semiretta che parta dall'origine come indicato in figura 1.

Figura 1
La retta dei ricavi totali



La funzione dei costi nella sua forma più semplice si può scrivere:

$$C(Q) = CV + CF \quad [4]$$

CV indica i *costi variabili*, cioè i costi per materie, servizi e lavoro diretto che aumentano all'aumentare della quantità prodotta. Il segno CF indica i costi fissi per quote di ammortamento, fitti e così via, sostenuti in un dato importo indipendentemente dal volume della produzione. I CV, in quanto costi per fattori operativi, sono i *costi per la produzione* e, perciò, variabili al variare di questa (possono essere anche denominati *costi del processo produttivo*). I CF, in quanto costi per fattori di struttura, sono i costi per produrre e risultano perciò indipendenti dai volumi di produzione ottenuta (sono anche denominati *costi di struttura produttiva* o *costi di struttura* semplicemente; se riferiti a un anno, si chiamano anche *costi di periodo*).

Per poter costruire la [4] è necessario effettuare l'*analisi dei costi*, cioè la concreta ricerca dei costi necessari e l'analisi della loro variabilità al variare di Q.

I *costi variabili* sono rappresentati dai costi dei fattori che possono essere acquistati e impiegati per singola unità, come quelli delle materie, dei servizi acquistati "a contatore" e così via. Corrispondono, in genere, ai costi diretti di materie, di servizi e di manodopera diretta. I costi variabili *incidono* in modo costante su ogni singola unità prodotta. Indichiamo con *cv* i costi variabili per singola unità di Q. I costi variabili totali saranno così calcolabili:

$$CV = cv \cdot Q \quad [5]$$

Tale espressione può essere rappresentata con una semiretta che parte dall'origine, la cui inclinazione dipende da *cv* (coefficiente angolare), come indicato in figura 2. Da questa si osserva che per produzioni a livello 0 i costi variabili sono pari a Q (la retta parte dall'origine). Quanto più la produzione aumenta tanto più aumentano anche tali costi; per questo sono denominati *variabili*.

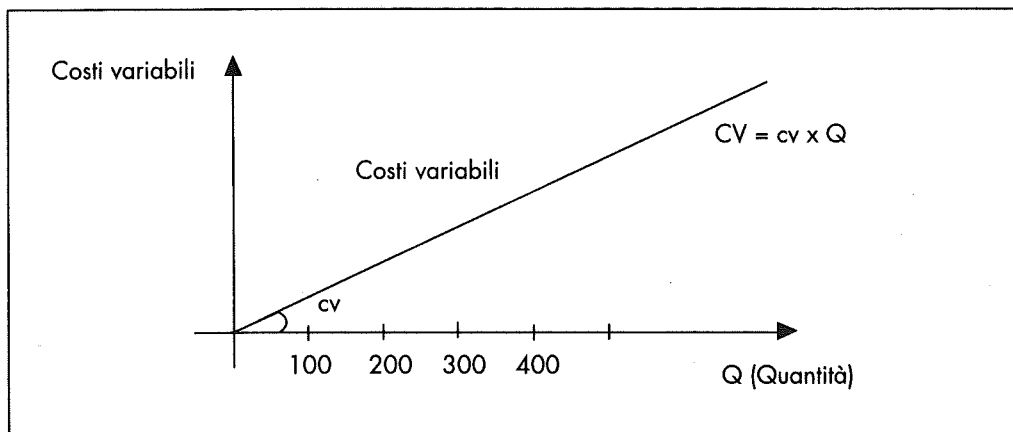


Figura 2
La retta dei costi variabili totali

I costi fissi sono relativi ai fattori che devono essere acquistati indipendentemente dal fatto che si produca o meno; tali costi si riferiscono sempre all'intera quantità prodotta, indipendentemente dal livello di Q . I costi fissi, CF , sono perciò rappresentabili con una retta parallela all'asse delle ascisse e giacente a una distanza pari, appunto, a CF , come indicato in figura 3. Ciò significa che i costi fissi sono sostenuti anche a livello nullo di produzione; sono sostenuti "in ogni caso" (la retta parte da un valore positivo sull'asse delle ordinate).

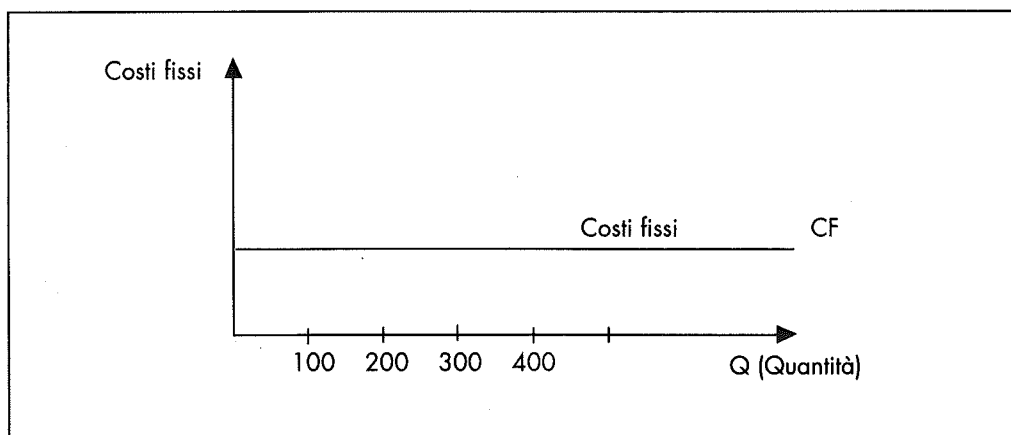
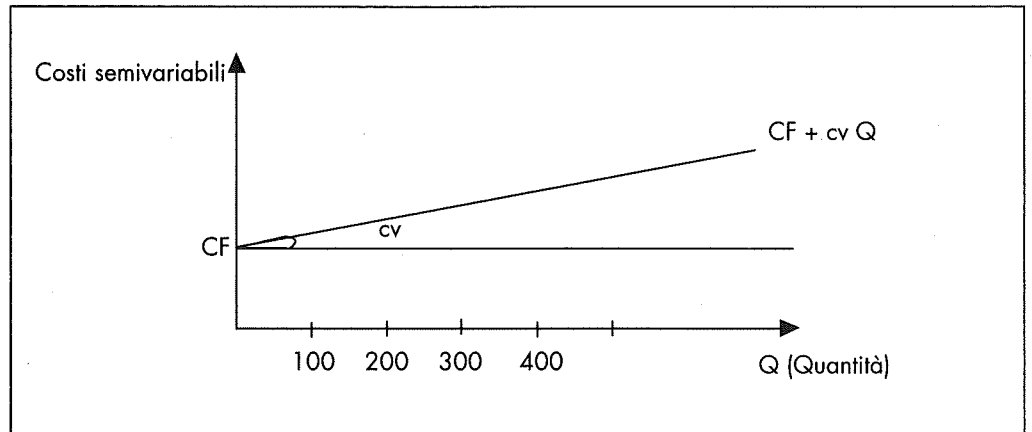


Figura 3
La retta dei costi fissi totali

Vi sono infine costi particolari che presentano un andamento analogo a quello indicato in figura 4. Essi comprendono una quota fissa, indipendentemente dalla quantità prodotta e una variabile, che cresce al crescere della produzione. Si definiscono, per questo, costi semivariabili (la retta parte da un valore positivo sull'asse delle ordinate anche a livello 0 di produzione e cresce al crescere di Q):

Figura 4
I costi semivariabili totali



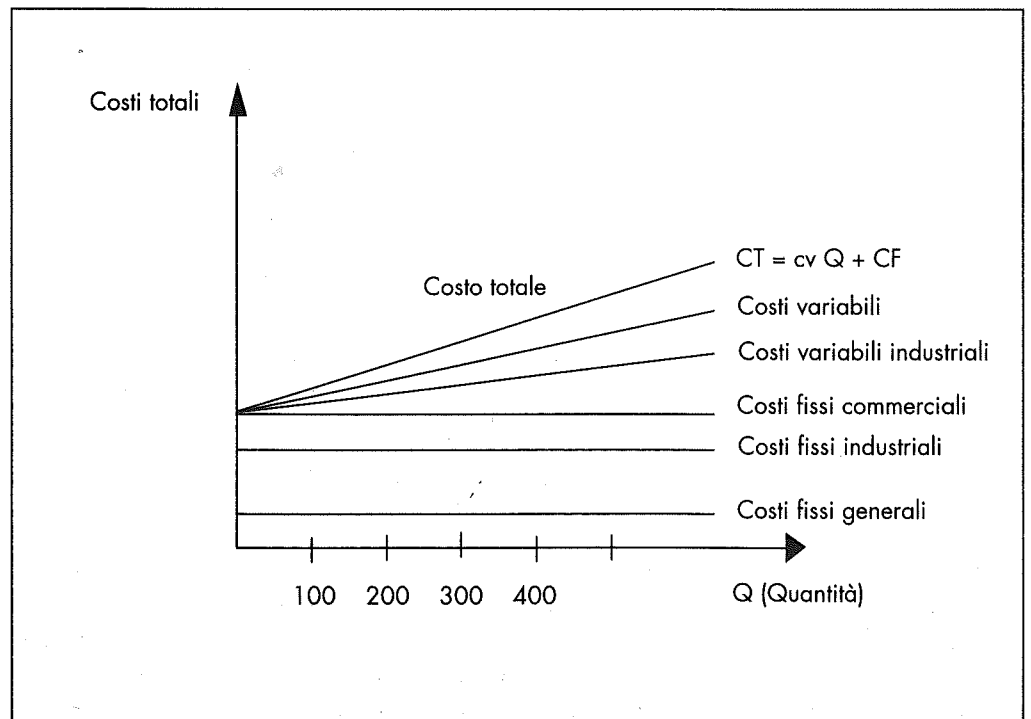
La funzione dei costi totali e del risultato operativo

Supponendo di essere riusciti ad analizzare i costi e di avere calcolato cv e CF , si può riscrivere la funzione del costo totale come segue:

$$C(Q) = cv \times Q + CF \quad [6]$$

In tale espressione cv risulta essere la somma delle quote cv di tutti i costi variabili e semivariabili; CF risulta essere la somma di tutte le quote CF dei costi fissi e semivariabili. Poiché la [6] risulta la somma dei costi variabili CV e dei fissi, CF , la funzione del costo totale è rappresentabile, allora, come una retta la cui inclinazione dipende da cv e interseca l'asse delle ordinate nel punto CF , come indicato in figura 5.

Figura 5
La curva dei costi totali



Avevamo definito la funzione di risultato particolare, tramite la [2], nella forma:

$$RO(Q) = R(Q) - C(Q) \quad [7]$$

Avendo però ora posto, con la [3]:

$$R(Q) = p \times Q$$

e, con la [6]

$$C(Q) = cv \times Q + CG$$

è possibile sostituire queste due ultime espressioni nella [7], ottenendo:

$$RO(Q) = p \times Q - (cv \times Q + CF) \quad [8]$$

che rappresenta l'espressione fondamentale della break even analysis.

Un'importante osservazione: le funzioni di costo, di ricavo e di risultato economico sono riferite alla variabile Q che indica i diversi livelli di quantità da produrre. Q , tuttavia, non varia da zero all'infinito in quanto per livelli *troppo piccoli*, prossimi allo zero, tutti i costi presentano andamenti anomali, non facilmente determinabili; parallelamente, per quantità di produzione *troppo elevate* i costi non sono quantificabili.

Per questo, nella BEA la quantità prodotta varia tra un *volume minimo* e un *volume massimo* "intorno" a un *volume normale* di produzione, volume che si ipotizza ottenibile senza variazioni nella capacità produttiva.

La BEA ha validità tra i volumi minimo e massimo "intorno" al volume normale. L'ambito di variazione di Q tra il minimo e il massimo si definisce *intorno ammissibile* (ambito di variabilità ammissibile).

Tramite la [8] è possibile calcolare il BEP semplicemente ricordando che il punto di equilibrio è definito dalla quantità QE della quale

$$RO(QE) = 0$$

Sostituendo QE a Q nella [8], togliendo la parentesi e ponendo $QE = 0$ si ottiene:

$$(p \times QE) - (cv \times QE) - CF = 0; \quad [9]$$

La quantità incognita QE si determina con l'espressione:

$$QE = \frac{CF}{p - cv} \quad [10]$$

**Il punto di equilibrio
e il margine
di contribuzione**

La quantità $(p - cv)$ si denomina *marginale unitario di contribuzione* in quanto, per ogni unità venduta, indica quanto residua sul prezzo di vendita, p , coperti i costi variabili unitari, cv , per coprire i costi fissi CF . La [10] può allora essere riscritta come segue:

$$QE = \frac{CF}{mc} \quad [11]$$

La [11] assume il semplice significato seguente: la quantità di equilibrio QE esprime il numero di unità da vendere affinché la somma dei margini unitari di contribuzione riesca a dare copertura ai costi fissi. Tale conclusione si dimostra chiaramente riscrivendo la [11] come segue:

$$mc \times QE = CF \quad [12]$$

Disegnando congiuntamente le curve dei ricavi e dei costi su un sistema di assi cartesiani, è possibile rendere evidenti le conclusioni cui si è pervenuti.

Un'importante osservazione: nell'analisi del BEP si era posta l'ipotesi che tutte le quantità prodotte fossero anche interamente vendute.

È possibile estendere la BEA al caso di *asincronia* tra produzione e vendite, con creazione di giacenze. Tale estensione non risulta però normalmente necessaria, perché nell'uso della BEA a scopo di programmazione e di calcolo economico interessa determinare la dinamica del risultato della produzione totale, non i risultati della produzione venduta in un dato periodo.

Un esempio numerico

Calcoliamo il BEP per una produzione di penne stilografiche supponendo che con l'analisi dei costi si siano individuati i seguenti dati:

- a) materiale meccanico L. 300 il pezzo;
- b) materiale plastico L. 200 il pezzo;
- c) refil L. 300;
- d) lavorazioni esterne L. 100;
- e) imprevisti L. 100;
- f) lavorazioni interne: macchinari di costo pari a L. 20 milioni;
- g) costi pubblicitari L. 10 milioni;
- h) costi commerciali pari a un terzo del prezzo.

Il prezzo di vendita sia fissato in L. 3.000. Sulla base dei dati precedenti calcoliamo, innanzitutto, i parametri di costo:

$$cv = 1.000 + (1/3) 3.000 = 2.000$$

$$CF = 30 \text{ milioni}$$

L'espressione del risultato è:

$$RO(Q) = 3.000 \cdot Q - (2.000 \cdot Q - 30.000.000)$$

$$mc = (3.000 - 2.000) = 1.000.$$

Dalla [11] si ottiene il punto di equilibrio:

$$QE = CF/mc = 30.000 \text{ penne da produrre e da vendere.}$$

Vendendo $Q = 35.000$ penne il risultato sarebbe:

$$RO(35.000) = 5.000.000$$

Si può osservare un'interessante regolarità: per quantità Q diverse da QE il risultato corrisponde al margine di contribuzione sulla differenza

$$Q = Q - QE$$

Essendo $mc = 1.000$, si constata che:

$$\begin{aligned} Q &= 35.000, \\ (Q - QE) &= + 5.000 \\ RO &= 5.000.000. \end{aligned}$$

Quando

$$\begin{aligned} Q &= 25.000, \\ (Q - QE) &= - 5.000 \\ RO &= - 5.000.000. \end{aligned}$$

Ciò non deve stupire, poiché la presenza dei costi fissi, CF , fa sì che il risultato sia pari al margine di contribuzione sulla quantità che eccede la (che è minore della) quantità di equilibrio.

Nel prossimo numero si analizzerà la nozione di margine di sicurezza e di elasticità dei processi produttivi.